Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I

19.10.2016

Helsingin yliopisto
Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Johanna Rämö, johanna.ramo@helsinki.fi

Käytännön asioita

- Kurssikoe keskiviikkona 26.10. klo 12.15-14.45 Exactumin auditorioissa.
- Jos et pääse kurssikokeeseen, voit suorittaa kurssin yleistenttipäivänä tai milloin tahansa tenttitilassa.

Kokeeseen opiskelu

- Katso oppimistavoitteet, jotta tiedät, mihin asioihin keskittyä.
- Lue kurssimateriaalia. Älä opettele mekaanisesti yksityiskohtia, vaan pyri hahmottamaan kokonaisuuksia.
- Koetehtävät ovat samanlaisia kuin harjoitus- ja luentotehtävät. (Kokeeseen ei tosin tule aiheeseen johdattelevia tehtäviä.) Kertaa tekemällä tehtäviä uudelleen.
- Vanhoja kurssikokeita koearkistossa.

Piirrettiin kurssin käsitteistä käsitekartta. (Eräs versio löytyy kurssisivulta kohdasta Kurssimateriaali ja kirjallisuus.)

Ominaisarvot

Matriisilla A on ominaisarvo 5, jota vastaavat ominaisvektorit $(-1, 3, 2)$ ja $(0, 2, -4)$.

(a) Mitä tarkoittaa, että vektorit ovat A:n ominaisvektoreita?

(b) Onko A:lla muita ominaisvektoreita? Keksi niin monta kuin pystyt.

Mitkä väitteistä ovat tosia?

Tarkastellaan matriisia $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$.

(a) Vektori $\bar{v} = (-1, 1)$ on matriisin B ominaisvektori.
(b) Vektori $\bar{w} = (1, 1)$ on matriisin B ominaisvektori.
(c) Matriisilla B on tasan kaksi ominaisvektoria.
(d) Matriisilla B on äärettömän monta ominaisvektoria.
(e) Mikä tahansa joukon $\mathbb{R}^2 \setminus \{\bar{0}\}$ vektori on matriisin B ominaisvektori.

(a) Vektori $\bar{v} = (-1, 1)$ on matriisin B ominaisvektori. (totta)

(b) Vektori $\bar{w} = (1, 1)$ on matriisin B ominaisvektori. (totta)

(c) Matriisilla B on tasan kaksi ominaisvektoria. (epätotta)

(d) Matriisilla B on äärettömän monta ominaisvektoria. (totta)

(e) Mikä tahansa joukon $\mathbb{R}^2 \setminus \{\bar{0}\}$ vektori on matriisin B ominaisvektori.

Martyn lähtee liikkeelle pisteestä $(-1,4)$. Hän voi liikkua leijalaudallaan vektorin $(3,2)$ suuntaisesti (eteen ja taaksepäin). Miltä näyttää se tason osajoukko, johon Marty voi päästä leijalaudallaan?

Oletetaan, että $\bar{p} \in \mathbb{R}^2$ ja $\bar{v} \in \mathbb{R}^2 \setminus \bar{0}$. Mitkä seuraavista suorista ovat samoja?

$$S_1 = \{\bar{p} + t\bar{v} \mid t \in \mathbb{R}\}$$
$$S_2 = \{\bar{p} - 3t\bar{v} \mid t \in \mathbb{R}\}$$
$$S_3 = \{(\bar{p} - 3\bar{v}) + t\bar{v} \mid t \in \mathbb{R}\}$$

Miten vektorien virittämät aliavaruudet liittyvät suoriin?

Mitkä väitteistä ovat tosia?

(a) Jos yhtälöryhmän matriisissa on vapaa muuttuja, yhtälöryhmällä on äärettömän monta ratkaisua.

(b) Jos yhtälöryhmän matriisi voidaan muuttaa redusoiduksi porrasmatriisiksi, yhtälöryhmällä on täsmälleen yksi ratkaisu

(c) Jos vektorit $\bar{v}_1$, $\bar{v}_2$ ja $\bar{v}_3$ eivät ole yhdensuuntaisia, jono $(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3)$ on vapaa.