Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I

10.10.2016

Helsingin yliopisto
Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Johanna Rämö, johanna.ramo@helsinki.fi

Käytännön asioita

- Tämän viikon perjantaina 14.10. ei ole luentoa.
- Jos tarvitset kokeeseen lisäaikaa, seuraa sähköpostilla saamiasi ohjeita.

Istu syntymäkuukauttasi vastaavalle riville.

Kiellettyjä:

- ”Olet väärässä”
- ”En osaa”
- ”Sinä varmasti tiedät paremmin”

Voit käyttää esimerkiksi näitä:

- ”Minulla on toinen idea”
- ”Minulla on eriävä näkemys”
- ”En ymmärtänyt kysymystä. Ymmärsitkö sinä?”
- ”En tiedä, mitä tämä käsite tarkoittaa. Katsotaan luentomateriaalista sen määritelmä.”
- ”En aivan ymmärtänyt. Selitä uudestaan”

Mitkä seuraavista olisivat kelvollisia vapauden määritelmäksi loogisen sisältönsä puolesta?

Jono $(\bar{v}_1, \ldots, \bar{v}_k)$ on vapaa, jos seuraava ehto pätee:

(a) $c_1\bar{v}_1 + \cdots + c_k\bar{v}_k = \bar{0}$, kun $c_1 = 0, \ldots, c_k = 0$

(b) $c_1\bar{v}_1 + \cdots + c_k\bar{v}_k = \bar{0}$ ja $c_1 = 0, \ldots, c_k = 0$

(c) Jos $c_1 = 0, \ldots, c_k = 0$, niin $c_1\bar{v}_1 + \cdots + c_k\bar{v}_k = \bar{0}$

(d) Yhtälöllä $x_1\bar{v}_1 + \cdots + x_k\bar{v}_k = \bar{0}$ on täsmälleen yksi ratkaisu.

(e) Nollavektori voidaan kirjoittaa vektorien $\bar{v}_1, \ldots, \bar{v}_k$ lineaarikombinaationa.

Miksi vapaus kiinnostaa?

VAPAUS $\leftrightarrow$ YKSIKÄSITTEINEN ESITYS

Vapaus: Aladdin ei voi tehdä lenkkiä

Yksikäsitteisyys: Aladdin pääsee paikkoihin vain yhdellä tavalla

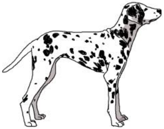
Kanta

Vektorijono $(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \ldots, \bar{v}_k)$ on vektoriavaruuden $\mathbb{R}^n$ kanta, jos:

(a) vektorit $\bar{v}_1, \bar{v}_2, \ldots, \bar{v}_k$ virittävät avaruuden $\mathbb{R}^n$.

(b) jono $(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \ldots, \bar{v}_k)$ on vapaa.

Kanta



(a) Jokainen vektoriavaruuden $\mathbb{R}^n$ alkio voidaan kirjoittaa kantavektoreiden avulla.

(b) Kirjoitusasu on yksikäsitteinen.

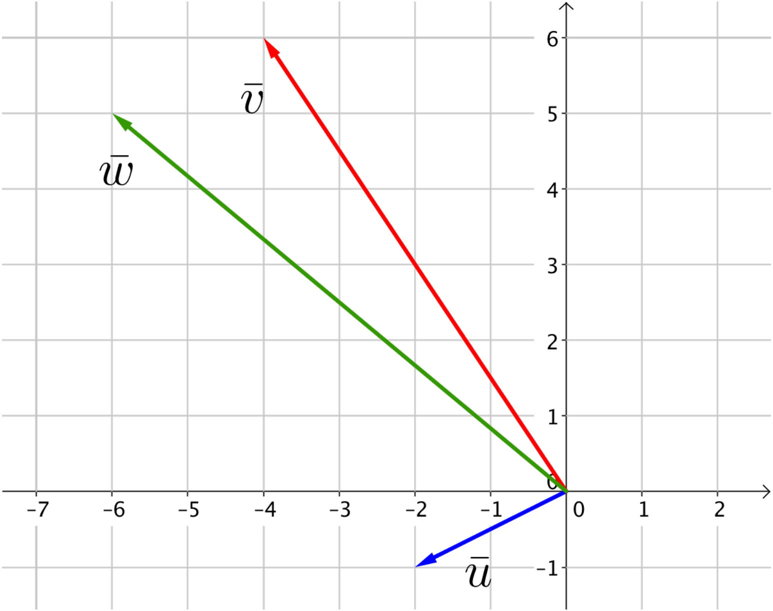
Avaruudella $\mathbb{R}^3$ on luonnollinen kanta

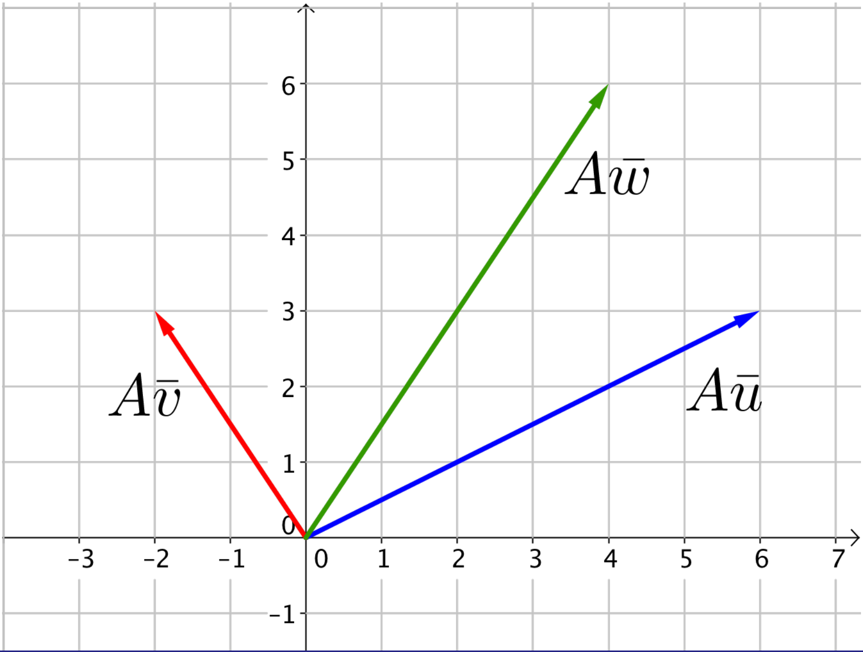
$$((1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)).$$

Miksi ollaan kiinnostuneita muista avaruuden $\mathbb{R}^3$ kannoista?

Sinkkikide-esimerkki

- Mitkä kuvan vektoreista ovat matriisin A ominaisvektoreita?
- Mikä on niitä vastaava ominaisarvo?
- Mitä muita ominaisvektoreita matriisilla on?


$\bar{v}$
$\bar{w}$
$\bar{u}$
6
5
4
3
2
1
0
-1
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2


$A\bar{w}$
$A\bar{v}$
$A\bar{u}$
6
5
4
3
2
1
0
−1
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5
6
7

Mitkä seuraavista väitteistä pitävät paikkansa?

(a) $(-1, 7, -1) \in \mathrm{span}((0, 4, 0), (1, 1, 1))$.

(b) Tasot ovat kahden vektorin virittämiä aliavaruuksia.

(c) Vektoreiden virittämä aliavaruus voi olla kuutio.

(d) $\mathrm{span}((1, 3, 0), (-2, 3, 0)) = \mathbb{R}^2$.

presemo.helsinki.fi/joh