

# Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I

23.9.2016

Helsingin yliopisto  
Matematiikan ja tilastotieteen laitos  
Johanna Rämö, johanna.ramo@helsinki.fi

## Käytännön asioita

- ▶ Älä jätä Stack-tehtäviä viimeiseksi. Useimmiten ne pohjustavat paperitehtäviä.
- ▶ Tarkista ratkaisusi kurssisivulla olevista ratkaisuehdotuksista.

# Mitä hyötyä toisten opiskelijoiden ajatusten kuuntelusta on?

- ▶ Auttaa ymmärtämään paremmin matemaattisia ideoita.
- ▶ Auttaa tuottamaan parempia perusteluja.

*Rasmussen, Apkarian, Dreyfus & Voigt, 2016*

Siirry istumaan jonkun viereen. Kaikilla on oltava pari. Jos et tunne vieruskaveriasi, esittäydy hänelle.

## Mitkä väitteistä ovat tosia?

- (a) Matriisia  $A$  vastaavalla yhtälöryhmällä ei ole ratkaisuja.
- (b) Matriisia  $B$  vastaavalla yhtälöryhmällä on äärettömän monta ratkaisua.
- (c) Jos yhtälöryhmässä on enemmän tuntemattomia kuin yhtälöitä, niin yhtälöryhmällä on äärettömän monta ratkaisua.

$$A = \left[ \begin{array}{ccccc|c} 0 & 1 & 0 & 5 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & \sqrt{3} & 0 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right]$$

$$B = \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -8 & 6 & 3 \\ 0 & 1 & 4/7 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

Onko yhtälöryhmällä aina joko 0, 1 tai äärettömän monta ratkaisua?

# Carl Friedrich Gauss 1777–1855





## Kiellettyjä:

- ▶ "Olet väärässä"
- ▶ "En osaa"
- ▶ "Sinä varmasti tiedät paremmin"

## Voit käyttää esimerkiksi näitä:

- ▶ "Minulla on toinen idea"
- ▶ "Minulla on eriävä näkemys"
- ▶ "En ymmärtänyt kysymystä. Ymmärsitkö sinä?"
- ▶ "En tiedä, mitä tämä käsite tarkoittaa. Katsotaan luentomateriaalista sen määritelmä."
- ▶ "En aivan ymmärtänyt. Selitä uudestaan"

Yhtälöryhmällä

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = -3 \\ 2x_2 - 2x_3 = -4. \end{cases}$$

on ratkaisu

$$\begin{cases} x_1 = 1 - t \\ x_2 = -2 + t \\ x_3 = t, \end{cases} \quad \text{missä } t \in \mathbb{R}.$$

Mitkä seuraavista väitteistä ovat tosia?

(a) Jos  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = -1$  ja  $x_3 = 1$ , niin

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = -3 \\ \quad \quad 2x_2 - 2x_3 = -4. \end{cases}$$

(b) Jos

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = -3 \\ \quad \quad 2x_2 - 2x_3 = -4, \end{cases}$$

niin  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = -1$  ja  $x_3 = 1$ .

**Tehtävä:** Onko seuraava väite epätosi? "Jos  $AB = AC$  ja  $A \neq O$ , niin  $B = C$ ."

**Ratkaisu:** Jos  $AB = AC$  ja  $A \neq O$ , niin  $B = C$ .  
Epätosi

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$