

Tilastollinen päättely II, syksy 2015 – kevät 2016
Harjoitus 9 (2. ja 4. 2. 2016)

Tehtävät 1–3 liittyvät tyhjentyvyyteen. Monisteen luku 4.

1. Tarkastellaan harjoituksen 8 tehtävän 2 mallia, jossa Y_1, \dots, Y_n olivat riippumattomia ja noudattivat kukin jatkuvaa jakaumaa, jonka tiheysfunktio oli $f(y; \theta) = \theta y^{\theta-1}$, kun $0 \leq y \leq 1$. Johda faktorointikriteerin avulla jokin yksiulotteinen tyhjentävä tunnusluku parametrille θ .

2. (Monisteen teht. 4.5.) Olkoon $f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y}; \theta)$ tilastollinen malli, jonka parametrilla on yksikäsitteinen suurimman uskottavuuden estimaatti $\hat{\theta}$. Oletetaan, että $\mathbf{T} = \mathbf{t}(\mathbf{Y})$ on tyhjentävä tunnusluku. Päättele, että $\hat{\theta}$ riippuu aineistosta \mathbf{y} vain tunnusluvun $\mathbf{t}(\mathbf{y})$ välityksellä.

3. (Monisteen teht. 4.6.) Olkoon Y_1, \dots, Y_n riippumaton otos jakaumasta, jonka ptf/TF on $f(y; \theta)$. Päättele esim. faktorointikriteerin avulla, että järjestystunnusluku $(Y_{(1)}, \dots, Y_{(n)})$ on aina tyhjentävä.

Tehtävät 4 ja 5 liittyvät testiteorian perusteisiin. Monisteen jaksot 5.1–5.3.

4. Seuraavassa on lueteltu sattumanvaraisessa järjestyksessä joitakin tilastollisen testin suorittamiseen liittyviä työvaiheita. Opiskeltuasi itsellesi uudet käsitteet luentomonisteesta, pohdi, missä järjestyksessä vaiheet tulisi suorittaa:

- testisuureen valinta
- aineistonkeruu (tai satunnaiskokeen suorittaminen)
- p-arvon laskeminen
- tilastollisen mallin määrittely
- merkitsevyytason asettaminen
- nollahypoteesin määrittely
- päätös nollahypoteesin hyväksymisestä/hylkäämisestä

Onko järjestys yksikäsitteisesti määrätty? Mitkä vaiheet väistämättä riippuvat toisistaan ja mitkä taas eivät saisi riippua toisistaan? Ovatko kaikki vaiheet täysin välttämättömiä?

5. (Vrt. monisteen teht. 5.2.) Kolikon harhattomuutta tutkitaan heittämällä sitä n kertaa ja kirjaamalla ylös kruunujen lukumäärä.

a) Formuloi huolellisesti asetelmaa kuvaava malli ja nollahypoteesi. Mikä on luonnollinen testisuure ja millaiset testisuureen arvot puhuvat nollahypoteesia vastaan?

b) Heittoja on $n = 10$ ja saadaan 7 kruunua. Laske vastaava p-arvo ja pohdi, voidaanko kolikkoa pitää harhattomana.

c) Muuttuvatko johtopäätöksesi, jos $n = 100$ ja saadaan 70 kruunua?

Ohje. Binomijakaumaan liittyviä todennäköisyyksiä voi laskea kätevästi netissä olevilla laskimilla, esim. <http://www.jkauppi.fi/mathematics/binomial-calculator>. c-kohdassa voi käyttää binomijakauman normaaliaprosimaatiota.