Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I

10.5.2015

Helsingin yliopisto
Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Johanna Rämö, johanna.ramo@helsinki.fi

Mitkä seuraavista väitteistä pitävät paikkansa?

(a) Tasot ovat kahden vektorin virittämiä aliavaruuksia.

(b) $\mathrm{span}((1,3,0),(-2,3,0)) = \mathbb{R}^2$.

(c) $\mathrm{span}((1,3,1),(-2,3,-1)) = \mathbb{R}^2$.

Mene osoitteeseen `presemo.helsinki.fi/joh` ja äänestä.

Halutaan selvittää virittävätkö eräät vektorit avaruuden $\mathbb{R}^3$. Tutkimuksessa päädytään oheiseen matriisiin.

Virittävätkö vektorit avaruuden $\mathbb{R}^3$?

(a) $\left[\begin{array}{cccc|c} 2 & 4 & 4 & -3 & a_3 - 2a_2 \\ 0 & -1 & 10 & 2 & 2a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_1 - a_2 - a_3 \end{array}\right]$

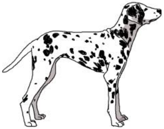
(b) $\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 4 & 4 & a_3 - 2a_2 \\ 0 & -1 & 2 & 2a_1 \\ 0 & 0 & 1 & a_1 - a_2 - a_3 \end{array}\right]$

(c) $\left[\begin{array}{cccc|c} 2 & 4 & 4 & -3 & a_3 - 2a_2 \\ 0 & -1 & 10 & 2 & 2a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & a_1 - a_2 - a_3 \end{array}\right]$

Olkoot $\bar{w}_1, \bar{w}_2, \ldots, \bar{w}_k \in W$. Vektorijono $(\bar{w}_1, \bar{w}_2, \ldots, \bar{w}_k)$ on aliavaruuden W *kanta*, jos seuraavat ehdot pätevät:

(a) $W = \text{span}(\bar{w}_1, \bar{w}_2, \ldots, \bar{w}_k)$

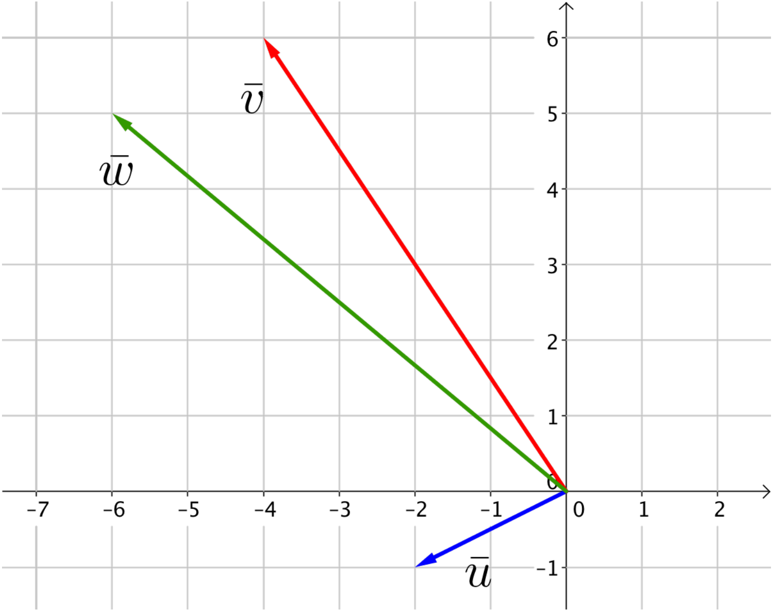
(b) jono $(\bar{w}_1, \bar{w}_2, \ldots, \bar{w}_k)$ on vapaa.



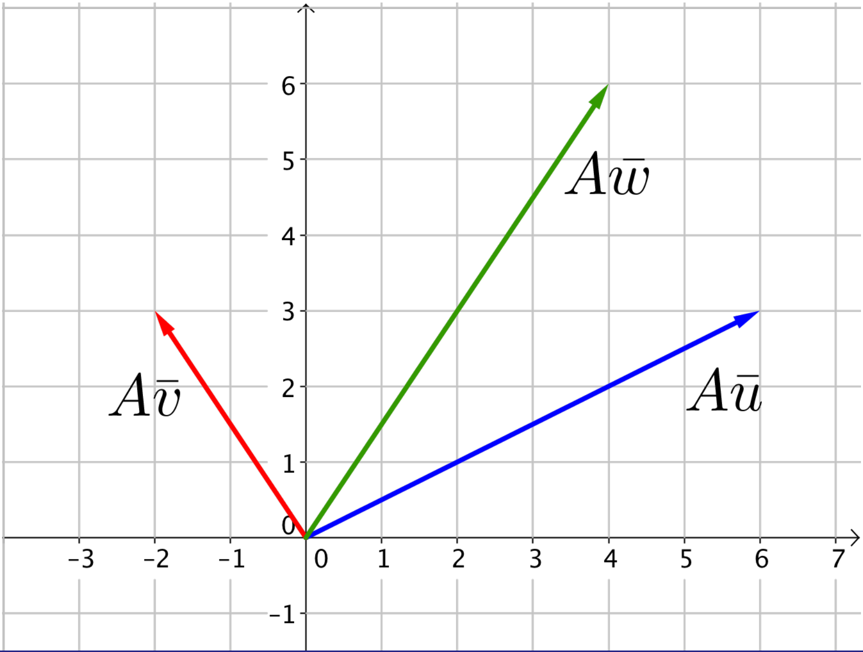
- Miten selittäisit kannan määritelmän omin sanoin? (Esim. kaverillesi, joka ei tiedä, mitä kannat ovat.)
- Miksi olemme kiinnostuneita kannoista? Mihin kantoja tarvitaan?

- Mitkä kuvan vektoreista ovat matriisin A ominaisvektoreita?
- Mikä on niitä vastaava ominaisarvo?
- Mitä muita ominaisvektoreita matriisilla on?

Mene osoitteeseen `presemo.helsinki.fi/joh` ja äänestä.



$\bar{v}$
$\bar{w}$
$\bar{u}$
6
5
4
3
2
1
0
-1
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2


$A\bar{w}$
$A\bar{v}$
$A\bar{u}$
6
5
4
3
2
1
0
−1
−3
−2
−1
0
1
2
3
4
5
6
7

Determinantti

Määritetään Matlabilla matriisin

$$D = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix}$$

determinantti.

Matlab antaa vastauksen $3.1086 \cdot 10^{-15}$.

Todellisuudessa determinantti on nolla. Missä vika?

Determinantti

Jos lasketaan 50×50 -matriisin determinantti kurssimateriaalin määritelmän avulla, täytyy laskea noin $3 \cdot 10^{64}$ laskua.

Ja usein tosielämässä käsiteltävät matriisit ovat vielä paljon isompia!

Siksi Matlab ei laskee determinantit eri tavalla.

Determinantin historia.