Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I

30.9.2015

Helsingin yliopisto
Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Johanna Rämö, johanna.ramo@helsinki.fi

Tarkista tehtävä 11

Erään yhtälöryhmän matriisia on muokattu alkeisrivitoimituksilla päätyen alla olevaan matriisiin. Päättele suoraan matriisin perusteella, kuinka monta ratkaisua yhtälöryhmällä on.

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 81 & 100 & -3/7 & 5 & \sqrt{3} \\ 0 & -5 & b & 4 & -55 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & a \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right], \quad a, b \in \mathbb{R}$$

Ratkaisusta pitäisi löytyä seuraavat

- Kyseessä on porrasmatriisi ja siksi ratkaisuiden lukumäärän voi lukea suoraan matriisista.
- Epätosia yhtälöitä ei ole, joten ratkaisuja on olemassa.
- Kolmannessa sarakkeessa ei ole johtavaa alkiota, joten ratkaisuja on äärettömän monta.
- Ratkaisu on kirjoitettu selkeällä suomen kielellä. Ymmärtääkö kaverisi sen?

Muodostavatko seuraavat vektorit avaruuden $\mathbb{R}^3$ kannan?

$$\bar{v}_1 = (0, 1, 2),\ \ \bar{v}_2 = (2, -3, 1),\ \ \bar{v}_3 = (0, 0, 1)$$

(a) Kyllä, todisti juuri asian vierustoverini kanssa.
(b) Kyllä, mutta en ole ihan varma.
(c) Tiedän kyllä, miten asian voisi tarkistaa, mutta aika ei riitä.
(d) Ei, mutta en ole ihan varma.
(e) Ei, todistin juuri asian.
(f) Muu vastaus.

Ratkaisuvaihtoehto 1

- Osoitetaan, että jono $(\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3)$ on vapaa **ja**
- osoitetaan, että vektorit $\bar{v}_1$, $\bar{v}_2$ ja $\bar{v}_3$ virittävät avaruuden $\mathbb{R}^3$.

Ratkaisuvaihtoehto 2

- Osoitetaan, että jokainen avaruuden $\mathbb{R}^3$ vektori voidaan kirjoittaa **täsmälleen yhdellä** tavalla vektoreiden $\bar{v}_1$, $\bar{v}_2$ ja $\bar{v}_3$ lineaarikombinaationa.

Kanta

Avaruudella $\mathbb{R}^3$ on niin sanottu luonnollinen kanta $((1,0,0),(0,1,0),(0,0,1))$.

Miksi ollaan kiinnostuneita muista kannoista?

Molekyyliesimerkki (erillisellä kalvolla).

Mitkä seuraavista väitteistä pitävät paikkansa?

(a) Tasot ovat kahden vektorin virittämiä aliavaruuksia.

(b) $\mathrm{span}((1,3,0),(-2,3,0)) = \mathbb{R}^2$.

(c) $\mathrm{span}((1,3,1),(-2,3,-1)) = \mathbb{R}^2$.

Mene osoitteeseen `presemo.helsinki.fi/joh` ja äänestä.