

Lineaarialgebra ja matriisilaskenta I

21.9.2015

Helsingin yliopisto
Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Johanna Rämö, johanna.ramo@helsinki.fi

Käytännön asioita

- ▶ Jos olet pyytänyt tunnin lisäaikaa kokeeseen, käy näyttämässä lääkärintodistus kansliassa (C329).

Siirry istumaan jonkun viereen. Kaikilla on oltava pari. Jos et tunne vieruskaveriasi, esittäydy hänelle.

Mikä on ollut mukavaa matematiikan opiskelussa tähän mennessä?
Mikä on ollut vaikeaa?

Oletetaan, että x ja y ovat reaalilukuja. Mitkä seuraavista väitteistä pitävät paikkansa?

(a) Jos $x = 3$ ja $y = 2$, niin $x^2 - y^2 = 5$.

(b) Jos $x^2 - y^2 = 5$, niin $x = 3$ ja $y = 2$.

Mitkä seuraavista väitteistä ovat tosia?

(a) Jos $x_1 = 0$, $x_2 = -1$ ja $x_3 = 1$, niin

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = -3 \\ \quad \quad 2x_2 - 2x_3 = -4. \end{cases}$$

(b) Jos

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = -3 \\ \quad \quad 2x_2 - 2x_3 = -4, \end{cases}$$

niin $x_1 = 0$, $x_2 = -1$ ja $x_3 = 1$.

Yhtälönratkaisu

$$2x - 3 = 5$$

jos ja vain jos $2x = 8$

jos ja vain jos $x = 4$

Yhtälönratkaisun idea

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ & & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & b_m \end{array} \right] \rightsquigarrow \begin{array}{c} \text{alkeisrivi-} \\ \dots \\ \text{toimituksia} \end{array} \rightsquigarrow \left[\begin{array}{cccc|c} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1n} & d_1 \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2n} & d_2 \\ & & \vdots & & \vdots \\ c_{m1} & c_{m2} & \dots & c_{mn} & d_m \end{array} \right]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{11}x_1 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots = \vdots \\ a_{m1}x_1 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{array} \right. \quad \leftarrow \begin{array}{c} \text{samat} \\ \text{ratkaisut} \end{array} \rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} c_{11}x_1 + \dots + c_{1n}x_n = d_1 \\ c_{21}x_1 + \dots + c_{2n}x_n = d_2 \\ \vdots = \vdots \\ c_{m1}x_1 + \dots + c_{mn}x_n = d_m \end{array} \right.$$

Alkeisrivitoimitukset

- ▶ Vaihetaan kahden rivin paikkaa.
- ▶ Kerrotaan jokin rivi nollasta poikkeavalla reaaliluvulla.
- ▶ Lisätään johonkin riviin jokin toinen rivi reaaliluvulla kerrottuna.

Carl Friedrich Gauss



Totta vai tarua?

- (a) Matriisia A vastaavalla yhtälöryhmällä ei ole ratkaisuja.
- (b) Matriisia B vastaavalla yhtälöryhmällä on äärettömän monta ratkaisua.
- (c) Jos yhtälöryhmässä on enemmän tuntemattomia kuin yhtälöitä, niin yhtälöryhmällä on äärettömän monta ratkaisua.

$$A = \left[\begin{array}{ccccc|c} 0 & 1 & 0 & 5 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & \sqrt{3} & 0 & -15 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right]$$

$$B = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -8 & 6 & 3 \\ 0 & 1 & 4/7 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

Mitkä väitteistä ovat tosia?

Merkitään $\bar{v}_1 = (1, 0, 0)$, $\bar{v}_2 = (0, 0, 2)$ ja $\bar{v}_3 = (3, 0, 4)$.

- (a) On olemassa reaaliluvut a , b ja c , joille pätee $a\bar{v}_1 + b\bar{v}_2 + c\bar{v}_3 = \bar{0}$.
- (b) On olemassa täsmälleen yhdet reaaliluvut a , b ja c , joille pätee $a\bar{v}_1 + b\bar{v}_2 + c\bar{v}_3 = \bar{0}$.
- (c) On olemassa monta tapaa valita reaaliluvut a , b ja c , joille pätee $a\bar{v}_1 + b\bar{v}_2 + c\bar{v}_3 = \bar{0}$.

Mitkä väitteistä ovat tosia?

Merkitään $\bar{v}_1 = (3, -1)$ ja $\bar{v}_2 = (2, 3)$.

- (a) On olemassa reaaliluvut a ja b , joille pätee $a\bar{v}_1 + b\bar{v}_2 = \bar{0}$.
- (b) On olemassa täsmälleen yhdet reaaliluvut a ja b , joille pätee $a\bar{v}_1 + b\bar{v}_2 = \bar{0}$.
- (c) On olemassa monta tapaa valita reaaliluvut a ja b , joille pätee $a\bar{v}_1 + b\bar{v}_2 = \bar{0}$.