

Stationaariset aikasarjat sl 2014, HT 7, viikko 46

1. Tarkastellaan autoregressiivistä kausivaihtelumallia $y_t = \phi_4 y_{t-4} + \varepsilon_t$, $\varepsilon_t \sim \text{iid}(0, \sigma^2)$, jossa $|\phi_4| < 1$. Johda y_t :n autokovarianssifunktio ja autokorrelaatiofunktio. Päättele lisäksi (ilman laskelmia) mitä tulee autokovarianssi- ja autokorrelaatiofunktioiksi yleisemmässä mallissa $y_t = \phi_s y_{t-s} + \varepsilon_t$, $\varepsilon_t \sim \text{iid}(0, \sigma^2)$, jossa $|\phi_s| < 1$ ja $s \geq 1$.

Vihje: Tulkitse ensimmäisessä kohdassa y_t AR(4)-malliksi ja käytä monisteen s. 23 lopussa esitettyjä autokovarianssikertoimia koskevia yhtälöitä aloittaen h :n arvoista 0 ja 4.

2. Tarkastellaan HT:ssä 3.4 esitettyä 57 havainnon päivittäistä aikasarjaa y_t , joka löytyy kurssisivulta nimellä ”Bensiini”. HT:ssä 3.4 todettiin, että otosautokorrelaatiofunktion perusteella MA(1)-malli vaikuttaa sopivalta mallilta tälle sarjalle.

(i) Sovita sarjaan MA(1)-malli käyttäen 50 ensimmäistä havaintoa ja ennusta estimoimasi mallin avulla sarjaa 7 päivää eteenpäin eli havaintoperiodin loppuun. Käytä ennusteen laskemisessa R-koodi _2:n jälkimmäistä ennustekoodia (eli Tapaukseen II liittyvää koodia), jolloin saat ennustekuvan, jossa voit verrata graafisesti ennusteen osuvuutta sarjan 7 viimeiseen havaintuun arvoon (JMulti-ohjelmistossa saa vastaavan kuvan sopivilla valinnoilla).

(ii) HT:ssä 3.4 havaittiin, että sarjan ensimmäinen otosautokorrelaatio $r_1 = -0.50$. Päättele tämän ja HT:n 1.4 perusteella mikä on tätä otosautokorrelaatiota vastaava MA(1)-mallin parametrin θ_1 estimaatti eli θ_1 :n momentti estimaatti. Vertaa tulosta kohdassa (i) saatuun SU-estimaattiin ja pohdi mistä näiden estimaattien melko suurelta vaikuttava ero voi johtua.

3. (Jatkoa HT:lle 6.3 ja 6.4) (i) HT:ssä 6.3 todettiin AR(2)-malli sopivaksi US_GDP-sarjalle, josta on käytävissä (neljännesvuosittaiset) havainnot ajalta 1984I-2012IV. Käyttäen sarjan havaintoja 1984I-2008IV estimoi AR(2)-mallin parametrit ja ennusta estimoimasi mallin avulla sarjaa havaintoperiodin loppuun menetellen kuten edellisessä tehtävässä.

(ii) HT:ssä 6.4 todettiin, että sekä ARMA(1,1)-malli että ARMA(2,2)-malli tuntuvat varteen otettavilta vaihtoehdoilta OscInd-sarjalle, josta on käytävissä (kuukausittaiset) havainnot ajalta 1950I-1994IV. Käyttäen sarjan havaintoja 1950I-1989XII estimoi sekä ARMA(1,1)-malli että ARMA(2,2)-mallin parametrit ja ennusta estimoimasi mallin avulla sarjaa havaintoperiodin loppuun menetellen kuten edellisessä tehtävässä.

4. Kurssisivulta löytyy nimellä ”Houses” kuukausittainen (kausipuhdistamaton) aikasarja USA:ssa myydyistä uusista yhden perheen taloista ajalta 1970I-1984XII (määrät ilmaistu tuhansina). Mallinvalintakriteerien perusteella SARMA(1,0) \times (1,1)₁₂-malli ja SARMA(1,0) \times (2,1)₁₂-malli tuntuvat sopivilta kuvauksilta tälle sarjalle.

(i) Käyttäen sarjan havaintoja 1970I-1982XII estimoi edellä mainittujen SARMA(1,0) \times (1,1)₁₂-mallin ja SARMA(1,0) \times (2,1)₁₂-mallin parametrit ja tarkista mallien riittävyys myös tälle periodille monisteen s. 50 esitettyjä residuaalitarkasteluja käyttäen.

(ii) Ennusta estimoimallasi SARMA(1,0) \times (1,1)₁₂-mallilla ja SARMA(1,0) \times (2,1)₁₂-mallilla sarjaa havaintoperiodin loppuun menetellen kuten kahdessa edellisessä tehtävässä.