

## Henkivakuutusmatematiikan laskuharjoitus 11, 10.12.2012

1. Olkoon kolmitilaisen Markov-prosessin tila-avaruus  $E = \{1, 2, 3\}$ . Olkoot intensiteetit  $\mu_{12}, \mu_{13}$  ja  $\mu_{23}$  positiivisia vakioita ja muut nolliä. Tilojen tulkinnat ovat 1 = aktiivi, 2 = työkyvytön ja 3 = kuollut. Oletetaan, että

$$\mu_{23} - \mu_{12} - \mu_{13} \neq 0.$$

Määrää mallin implikoima (hetkellä nolla) aktiivin henkilön kuolevuus.

2. Tarkastellaan sairausvakuutusta, jossa yhtiö maksaa aikavälillä  $(0, 1)$  vakuutetulle jatkuvaa korvausta intensiteetillä  $\bar{S}$  vakuutetun ollessa sairas. Mallinnetaan vakuutetun tila Markov-prosessiksi, jossa mahdollisia tiloja ovat 'terve' ja 'sairas' (kuolevuus tarkasteltavalla ikävälillä oletetaan nollassi). Oletetaan, että terve sairastuu intensiteetillä  $\sigma$  ja että sairas paranee intensiteetillä  $\tau$ , missä  $\sigma$  ja  $\tau$  ovat positiivisia vakioita. Olkoon korkoutuvuus  $\delta$  positiivinen vakio. Oletetaan, että vakuutettu on terve hetkellä  $t = 0$ . Määrää vakuutuksen ekvivalenssiperiaatteen mukainen nettokertamaksi.

3. (jatkoa) Oletetaan, että vakuutusmaksua maksetaan jatkuvasti intensiteetillä  $\bar{P}$  vakuutetun ollessa terve. Määrää ekvivalenssiperiaatteen mukainen  $\bar{P}$ .

4. (jatkoa) Esitä tehtävän 3 mukaisen vakuutuksen vastuovelkaa kuvaavat Thielen yhtälöt. Ratkaise yhtälöistä vastuuelka hetkellä  $t \in (0, 1)$ , kun vakuutettu on tällöin sairas.

5. Olkoon Markov-prosessi kuten tehtävässä 2. Tarkastellaan vakuutusta, jossa yhtiö maksaa aikavälillä  $(0, 1)$  vakuutetulle summan  $S$  jokaisella sairastumishetkellä. Määrää vakuutuksen ekvivalenssiperiaatteen mukainen nettokertamaksi, kun korkoutuvuus  $\delta$  on positiivinen vakio.