Henkivakuutusmatematiikan laskuharjoitus 8, 19.11.2012

1. Tarkastellaan kertamaksullista vakuutusta, jossa yhtiö alkaa maksaa vakuutetulle heti jatkuvaa eläkettä intensiteetillä $\bar{S}$. Eläkettä maksetaan niin kauan kuin vakuutettu elää, kuitenkin korkeintaan n vuotta. Olkoon korkoutuvuus $\delta > 0$ vakio, kuolevuus μ jatkuva ja vakuutettu x-ikäinen sopimuksen tekohetkellä. Olkoon $V(t)$ elossa olevaa vakuutettua koskeva vastuuvelka hetkellä $t \in (0, n)$. Osoita derivoimalla esitystä $V(t) = \bar{S}\bar{a}_{x+t:\overline{n-t}|}$, että $V'(t) = (\delta + \mu(x+t))V(t) - \bar{S}$.

2. (jatkoa) Määrää vakuutuksen nettokertamaksu lähtien edellä saadusta differentiaaliyhtälöstä.

3. Tarkastellaan kuolemanvaravakuutusta, jossa korvauksena maksetaan kuolinhetkellä T summa S, jos $T \in [0, n]$. Vakuutusmaksua maksetaan jatkuvasti koko vakuutuskauden ajan ekvivalenssiperiaatteen mukaisella intensiteetillä $\bar{P}$. Oletetaan, että S ja $\bar{P}$ ovat vakioita. Olkoon kuolevuus μ aidosti kasvava, korkoutuvuus $\delta > 0$ vakio ja vakuutettu x-ikäinen.

a) Osoita, että $\bar{P} = S\mu(x + t_0)$ eräälle $t_0 \in (0, n)$.

b) Osoita Thielen yhtälön avulla, että elossa olevan vakuutetun vastuuvelka on einegatiivinen koko välillä $[0, n]$.

4. Tarkastellaan elämänvaravakuutusta, jossa (mahdollinen) korvaussumma hetkellä n on S. Hetkellä $t = 0$ maksetaan vakuutusmaksu P_0. Tämän jälkeen vakuutusmaksua maksetaan jatkuvasti koko vakuutuskauden $[0, n]$ ajan intensiteetin ollessa $\bar{P}(t)$ hetkellä $t \in (0, n)$. Olkoon korkoutuvuus $\delta > 0$ vakio, kuolevuus μ jatkuva ja vakuutettu x-ikäinen sopimuksen tekohetkellä nolla. Kuolevuus oletetaan aidosti kasvavaksi iän funktioksi. Elossa olevan vakuutetun vastuuvelka mielivaltaisella hetkellä $t \in (0, n)$ on $Se^{\alpha(t-n)}$, missä α on vakio ja $\alpha \geq \mu(x + n) + \delta$. Määrää ekvivalenssiperiaatteen mukainen vakio P_0 ja funktio $\bar{P}$.

5. Tarkastellaan kuolemanvaravakuutusta, jossa korvauksena maksetaan kuolinhetkellä T summa S, jos $T \in [0, n]$. Vakuutusmaksua maksetaan vakuutetun eläessä jatkuvasti intensiteetillä $\bar{P}(t)$ hetkellä $t, \forall t \in [0, n]$. Olkoon korkoutuvuus $\delta > 0$ vakio, kuolevuus μ jatkuva ja vakuutettu x-ikäinen. Olkoon $V(t)$ elossa olevaa vakuutettua koskeva vastuuvelka hetkellä $t \in [0, n]$. Määrää sellainen ekvivalenssiperiaatteen mukainen maksuintensiteetti $\bar{P}(t), t \in [0, n]$, että $V(t) = C$ (=vakio), $\forall t \in [0, n]$. Määrää myös C.