

## Henkivakuutusmatematiikan laskuharjoitus 7, 12.11.2012

1. Yhtiöllä on hetkellä nolla  $N$  vakuutusta, joista kustakin korvataan 20 vuoden kuultua määrä  $S_{20}$ , mikäli vakuutettu on tällöin elossa. Korvaus  $S_{20}$  on erään arvopaperin hinta hetkellä 20. Oletetaan, että  $\mathbb{P}(S_{20} > 0) = 1$  ja että hinta hetkellä nolla on  $S_0 = 1$ .

Vakuutettujen elinajat ovat riippumattomia ja samoin jakautuneita satunnaismuuttujia. Iässä  $x$  kuolevuus on  $\mu(x) = be^{cx}$ , missä  $b = 0.00005$  ja  $c = 0.1$ . Vakuutetut ovat kaikki 50-vuotiaita. Kukin vakuutettu maksaa hetkellä nolla kertamaksun  $(1 + \lambda)_{20}p_{50}S_0$ , missä  $\lambda > 0$  on varmuuslisä. Oletetaan edelleen, että elinajat ovat riippumattomia mainitun arvopaperin hintakehityksestä.

Yhtiöllä on hallussaan alkupääomaa määrä  $U_0$ . Tämä ja saadut vakuutusmaksut sijoitetaan hetkellä nolla korvauksen perustana olevaan arvopaperiin. Hetkellä 20 yhtiö myy arvopapereita korvauksiin tarvittavan määrän. Arvioi keskeisen raja-arvolauseen avulla todennäköisyyttä sille, että yhtiö ei selviä sitoumuksistaan, kun  $N = 100$ ,  $\lambda = 0.05$  ja  $U_0 = 10$ .

2. (jatkoa) Hetkellä 10 havaitaan, että 92 vakuutettua on elossa. Lisäksi todetaan, että käytössä ollut kuolevuus on ylimitoitettu. Tulevia vastuita arvioitaessa käytetään kuolevuuden parametreina arvoja  $b = 0.00004$  ja  $c = 0.1$ . Arvioi hetken 10 tilanteessa keskeisen raja-arvolauseen avulla todennäköisyyttä sille, että yhtiö ei selviä sitoumuksistaan.

3. Tarkastellaan elämänvaravakuutusta, jossa maksetaan korvaus  $S$  vuoden  $n$  lopussa, mikäli vakuutettu on tällöin elossa. Vakuutettu maksaa koko kauden ajan vakuutusmaksuja jatkuvasti ekvivalenssiperiaatteen mukaisesti. Olkoon vakuutettu  $x$ -ikäinen hetkellä nolla, korkoutuvuus vakio  $\delta > 0$  ja maksuintensiteetti  $\bar{P}(t)$  hetkellä  $t \in (0, n)$ . Olkoon  $V(t)$  elossa olevaa vakuutettua koskeva vastuovelka hetkellä  $t \in (0, n)$ . Osoita, että

$$V(t) = SD_{x+n}/D_{x+t} - \int_t^n \bar{P}(u)D_{x+u}/D_{x+t}du = \int_0^t \bar{P}(u)D_{x+u}/D_{x+t}du,$$

missä  $D_y = e^{-\int_0^y (\delta + \mu(s))ds}$  alueessa  $y \geq 0$ .

4. (jatkoa) Tarkastellaan elämänvaravakuutusta, jossa vakuutettu maksaa jatkuvaa vakuutusmaksua haluamallaan intensiteetillä (jota ei päätetä sopimusta tehtäessä). Jos vakuutettu on elossa hetkellä  $n$ , suorittaa yhtiö korvauksen  $\int_0^n \bar{P}(u)D_{x+u}/D_{x+n}du$ , missä  $\bar{P}(u)$ ,  $u \in (0, n)$ , on toteutunut intensiteetti, jolla vakuutusmaksuja on maksettu. Tee perusteltu ehdotus elossa olevaa vakuutettua koskevaksi vastuuelaksi hetkellä  $t \in (0, n)$ .

5. Kahden hengen kuolemanvaravakuutuksessa maksetaan korvaus  $S$  jälkimmäisen kuoleman sattuessa, mikäli tämä sattuu ennen hetkeä  $n$ . Olkoot vakuutettujen iät sopimuksen tekohetkellä nolla  $x$  ja  $y$  ja korkoutuvuus vakio  $\delta$ . Vakuutusmaksua maksetaan jatkuvasti ekvivalenssiperiaatteen mukaisella vakiointensiteetillä  $\bar{P}$  niin kauan kuin molemmat ovat elossa, kuitenkin korkeintaan  $n$  vuotta. Määrää vakuutuksen vastuuelka hetkellä  $t \in (0, n)$  sopivia elinaikoja vastaavien kuolemanvara- ja eläkevakuutusten nettokertamaksujen avulla, kun kumpikin vakuutettu on elossa. Mikä on vastuuelka, jos vain  $x$ -ikäinen elää.