Henkivakuutusmatematiikan laskuharjoitus 3, 1.10.2012

1. Tarkastellaan n vuoden lainasopimusta, jossa laina L saadaan hetkellä nolla. Laina maksetaan takaisin jatkuvalla kassavirralla intensiteettinä b. Korkoutuvuus on vakio $\delta > 0$. Määrää sellainen b, että jäljellä oleva lainan määrä $L(u)$ on

$$L(u) = L - \frac{uL}{n}$$

kaikilla $u \in [0, n]$.

2. Korkomallissa hetkellä nolla tehtävä talletus C kasvaa korkoa siten, että hetkellä $t \in (0, 2)$ on nostettavissa määrä

$$C(t) = \begin{cases} Ce^{\delta_0 t + at^2/2}, \text{ kun } t \in [0,1) \\ Ce^{\delta_0 t + a/2 + a(t-1)^2/2}, \text{ kun } t \in [1,2), \end{cases}$$

missä δ_0 ja a ovat positiivisia vakioita. Määrää sellainen korkoutuvuus, että vaatimus toteutuu.

3. Olkoon kuolevuus $\mu(x) = x^2$ kaikilla $x \geq 0$ ja olkoon $0 < t < u$. Määrää todennäköisyys, että vastasyntynyt kuolee ikävälillä (t, u).

4. Olkoon kuolevuus μ ja x-ikäisen jäljellä oleva elinaika $T(x)$. Olkoon

$$\tau(x) = \lfloor T(x) \rfloor$$

$T(x)$:n kokonaisosa. Osoita, että

$$\mathbb{E}(\tau(n)) = p_n \mathbb{E}(\tau(n+1)) + p_n, \ \ n = 0, 1, 2, \ldots .$$

Osoita, että jos $\mathbb{E}(\tau(n))$ on äärellinen n:stä riippumaton vakio, niin $\tau(0)$ on geometrisesti jakautunut.

5. Olkoon kuolevuus μ ja x-ikäisen jäljellä oleva elinaika $T(x)$. Oletetaan, että μ on positiivinen ja kasvava funktio. Osoita, että

$$\mathbb{P}(T(x) > t) \leq e^{-t\mu(x)}$$

ja

$$\mathbb{E}(T(x)) \leq 1/\mu(x).$$