Henkivakuutusmatematiikan laskuharjoitus 1, 17.9.2012

1. Olkoon vuosikorko i positiivinen, $i^{(m)}$ m. osavuoden nimelliskorko ja δ korkoutuvuus. Osoita lähtien luentojen kaavasta (2.2), että

$$\lim_{m\to\infty} i^{(m)} = \log(1+i).$$

2. Olkoon vuosikorko $i > 0$. Talletetaan pankkitilille määrä 1 vuosien $1, 2, \ldots, n-1$ ja n alussa ($n \in \mathbb{N}$). Kertyneet varat nostetaan vuoden n lopussa. Olkoon varojen määrä tällöin $s_{\overline{n}|}$. Osoita, että

$$s_{\overline{n}|} = \frac{1+i}{i}[(1+i)^n - 1],$$

kun pankki maksaa korkoa tilille korkoa korolle -periaatteen mukaisesti.

3. Olkoon vuosikorko i positiivinen ja $n \in \mathbb{N}$. Talletetaan pankkitilille määrä $B(k)$ hetkellä k, $k = 0, 1, \ldots, n$. Olkoon $V(k)$ tilin saldo hetkellä k juuri ennen talletusta $B(k)$, kun korko määräytyy korkoa korolle -periaatteen mukaisesti.

Olkoon $\alpha > i$ ja $C > 0$. Määrää talletukset $\{B(k); k = 0, 1, \ldots, n-1\}$ siten, että $V(k) = C(1+\alpha)^k$, $k = 1, 2, \ldots, n$.

4. Oletetaan, että pankki suostuu myöntämään X:lle hetkellä nolla mielivaltaisen suuren yhden vuoden lainan vuosikorolla $i_1 > 0$. Pankki maksaa mielivaltaiselle talletukselle vuosikorkoa $i_2 > 0$ yksinkertaisen koron periaatteella, kunhan talletus tehdään ja päätetään välillä $[0, 1]$. Osoita, että järjestelmä sisältää arbitraasimahdollisuuden X:n näkökulmasta, jos $i_2 > \log(1+i_1)$.

5. Vuosittain takakäteisesti maksettavan annuiteettilainan vuosikorko on 3 prosenttia ja laina-aika 30 vuotta. Ensimmäisen suorituksen jälkeen korko nousee 4 prosenttiin. Vuosisuoritukset muutetaan ekvivalenssiperiaatteen mukaisesti vastaamaan uutta korkoa. Laina säilytytään annuiteettimuotoisena eikä maksuaikaa muuteta. Montako prosenttia vuosisuoritukset nousevat.