

Differentiaaliyhtälöt I
Harjoitus 1, syksy 2012

1. Nimeä mitkä seuraavista ovat tavallisia differentiaaliyhtälöitä. Anna myös tuntematon funktio ja kertaluku.

$$(a) \quad \ddot{x} = (t + x - 2)^3, \quad (b) \quad xy + \sin(xy')^2 - 5y' = 1,$$
$$(c) \quad y = \frac{\partial z}{\partial x} - 2xy + yz, \quad (d) \quad y'(x) = y(x^2).$$

Viimeisessä yhtälössä kaikki suluisissa oleva on funktion argumenttia.

2. Nimeä ja ratkaise seuraavista differentiaaliyhtälöistä separoituvat yhtälöt

$$(a) \quad y' = 2x - 2xy, \quad (b) \quad y' = \cos(x - y) \quad (c) \quad y' = 2x - 2y.$$

Ei tarvitse todistaa että ei ole separoituva.

3. Ratkaise yhtälö

$$1 + 2x - 2yy' = 0$$

alkuehdoilla

$$(a) \quad y(0) = -2, \quad (b) \quad y(0) = 0.$$

4. Ratkaise alkuarvotehtävä

$$y' = (y - 2)(y - 1), \quad y(0) = 0.$$

Mikä on maksimaalinen ratkaisuväli?

5. Takaako OY-lause Theorem 1.2 yksikäsitteisen ratkaisun alkuarvotehtävälle

$$(a) \quad y' + \cos^3 y = \sin^4 x, \quad y(\pi) = 0, \quad (b) \quad y' + \cos^3 y = \sqrt{\sin x}, \quad y(\pi) = 0,$$
$$(c) \quad \text{teht. 3a}, \quad (d) \quad \text{teht. 3b?}$$

6. Mitä tyyppiä on yhtälö kohdassa 2c, siis $y' = 2x - 2y$? Ratkaise se.

Ohje. Lopuksi osittaisintegrointi.