Institutionen för matematik och statistik
Analys I
Uppgifter för vecka 41 (8.10-12.10.2012)

Nu betraktar vi sista sakerna angående talföljder och börjar med att studera gränsvärden för funktioner. Som specialfall av funktionens gränsvärde följer begreppen kontinuitet och deriverbarhet. Som ett nytt koncept introduceras också Bernoullis olikhet.

Uppgifter för början av veckan

O1. Visa att $7^n \geq 1 + 6n$ då $n = 1, 2, 3, \ldots$.

O2. Visa att

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{7^n} = 0.$$

K1. Visa att

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n^2+2}{3n+4} = \infty$$

K2. Utred

$$\lim_{n\to\infty} (1 + \frac{1}{5n})^n$$

genom att tillämpa definitionen för talet e. I uppgiften får man använda sig av följande: om $x_n \to a$ då $n \to \infty$, så gäller $\sqrt[5]{x_n} \to \sqrt[5]{a}$.

K3. Anta att $x_n \to \infty$ och att $y_n \to a \in \mathbb{R}$ då $n \to \infty$.
(a) Anta att $a > 0$. Visa att $x_n y_n \to \infty$ då $n \to \infty$. Tips: $y_n > \frac{a}{2}$ då n är tillräkligt stort. Resultatet utrycks ofta som regeln $a\infty = \infty$ då $a > 0$.
(b) Anta att $a < 0$. Visa att $x_n y_n \to -\infty$ då $n \to \infty$. Resultatet utrycks ofta som regeln $a\infty = -\infty$ då $a < 0$.
(c) Existerar en regel där $0\infty = \ldots$?

Uppgifter för slutet av veckan

O3. Visa att

$$\lim_{n\to\infty} (n^2 - n) = \infty.$$

O4. Låt $f(x) = x^2 + 3x$. Visa att

$$\lim_{x\to 1} f(x) = 4.$$

K4. Visa att

$$\lim_{n\to\infty} \frac{2^n}{n^2} = \infty.$$

K5. Visa att funktionen definierad av ekvationen $f(x) = \sqrt{x}$ är kontinuerlig i punkten $x = 1$. (Påminnelse: funktionen f är kontinuerlig i punkten x_0 om $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$.)

K6. Visa att funktionen definierad av ekvationen $f(x) = \sqrt{x}$ är deriverbar i punken $x = 1$. (Påminnelse: funktionen f är deriverbar i punkten x_0 om $\lim\limits_{h\to 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ existerar.)