Institutionen för matematik och statistik
Analys I
Uppgifter för vecka 39 (24.9-28.9.2012)

Denna gång skall uppgifterna lösas genom att direkt använda gränsvärdets definition för talföljder utan att hänvisa till satser om talföljder, om inte annat har nämnts i uppgiften.

Uppgifter för början av veckan (O1-O2; K1-K3)

O1. Gäller
$$\lim_{n\to\infty} \frac{n}{2n+1} = \frac{1}{2}?$$

O2. Gäller
$$\lim_{n\to\infty} \frac{n}{2n+1} = \frac{3}{2}?$$

K1. Gäller
$$\lim_{n\to\infty} \frac{3n+1}{2n-3} = \frac{3}{2}?$$

K2. Gäller
$$\lim_{n\to\infty} \frac{3n+1}{2n-3} = \frac{2}{3}?$$

K3. Existerar
$$\lim_{n\to\infty} \sqrt{2+\frac{3}{4n}}?$$
I uppgiften får man inte hänvisa till kvadratrotens kontinuitet el.dyl. Det lönar sig att manipulera skillnader av kvadratrötter med faktoreringsmetoder som användes i skolan.

Uppgifter för slutet av veckan (O3-O4; K4-K6)

O3. Existerar
$$\lim_{n\to\infty} (\sqrt{n+1}-\sqrt{n})?$$

O4. (a) Hitta en sats från kompendiet på basen av vilken talföljden $0, 1, 0, 1 \ldots$ divergerar.
(b) Bevisa satsen från förra uppgiften. Du får använda dig fritt av kompendiet.

K4. Gäller

$$\lim_{n\to\infty} \frac{3n+2}{2n^2-3n} = 0?$$

K5. Gäller

$$\lim_{n\to\infty} \frac{3n+2}{2n^2-3n} = 1?$$

K6. Anta att talföljden (x_n) konvergerar. Anta att för alla n är

$$y_n = (-1)^n x_n.$$

Visa att följden (y_n) konvergerar om vi vet att $\lim_{n\to\infty} x_n = 0$. Vad händer om vi avstår från att göra detta antagande?