

**Institutionen för matematik och statistik**  
**Analys I**  
**Uppgifter för vecka 37 (10.9-14.9.2012)**

Uppgifter för början av veckan (O1-O2; K1-K3)

O1. Talets  $x$  invers är ett sådant entydigt tal  $y$  att  $xy = 1$ . Varför har inte talet 0 en invers; dvs. varför får man inte dividera med noll?

O2. Anta att  $n$  är ett positivt heltal. Visa att

$$\frac{n+1}{n^2+2} \leq \frac{2}{n}.$$

K1. (a) Visa att  $\sqrt[3]{2}$  är irrationellt.  
(b) Visa att  $\sqrt{6}$  är irrationellt.

K2. Är  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  rationellt eller irrationellt?

K3. Är  $\sqrt{2} + \sqrt[3]{3}$  rationellt eller irrationellt?

Uppgifter för slutet av veckan (O3-O4; K4-K6)

O3. Anta som givet att  $\sqrt{3}$  är irrationellt. Är  $\frac{\sqrt{3}+4}{\sqrt{3}+5}$  rationellt eller irrationellt?

O4. (a) Anta att  $0 < x < y$ . Visa att  $x^2 < y^2$ .  
(b) Anta att  $1 < x$ . Gäller  $x^3 < x^7$ ? Motivera!

K4. Anta att  $n$  är ett positivt heltal. Visa att

$$\frac{3n+1}{2n+5} < 2.$$

K5. Anta att  $n$  är ett positivt heltal. Visa att

$$\frac{3n+1}{2n+5} > \frac{1}{3}.$$

K6. Anta att  $n > 10^{100}$ . Visa att

$$2 < \frac{2n+5}{n+2} < 2 + 10^{-100}$$