

Sijoitustoiminnan matematiikan laskuharjoitus 4, 29.3.2017

1. (jatkoa edellisen kerran tehtävään 2) Yhden periodin finanssimarkkinoilla on kaksi arvopaperia. Toinen on vuoden nollakuponkibondi vuosikorolla $i = 0$ ja toinen osake, jonka hinta hetkellä 0 on $S_2(0) = 1$ ja arvo hetkellä 1 on $S_2(1)$. Oletetaan, että

$$\mathbb{P}(S_2(1) = 0) = \frac{1}{2}, \quad \mathbb{P}(S_2(1) = 2) = \frac{1}{3} \quad \text{ja} \quad \mathbb{P}(S_2(1) = 3) = \frac{1}{6}.$$

Toimijalla on vastattavanaan suoritus $X = \max(S_2(0), S_2(1))$ hetkellä 1. Määrää keskineliöpoikkeaman minimointiin perustuva optimaalinen hetkellä 0 muodostettava salkku X :n suojaamiseksi. Mikä on suojauksen hinta.

2. (jatkoa) Lisätään markkinoille arvopaperi, jonka haltijalla on oikeus ostaa 1 eurolla yksi osake hetkellä 1. Olkoon arvopaperin hetken 0 hinta $q \in (1/2, 2/3)$. Määrää laajennetuilla markkinoilla keskineliöpoikkeaman minimointiin perustuva optimaalinen hetkellä 0 muodostettava salkku X :n suojaamiseksi. Mikä on suojauksen hinta.

3. Kahden periodin markkinoilla on pankkitili (arvopaperi 1) ja osake (arvopaperi 2). Olkoon arvopaperin n arvo hetkellä k $S_n(k)$, $n = 1, 2$, $k = 0, 1, 2$. Pankkitilin vuosikorko on nolla molempina vuosina. Osakkeen hinta hetkellä nolla on 2, hetkellä yksi $2(1 + \xi_1)$ ja hetkellä kaksi $2(1 + \xi_1)(1 + \xi_2)$, missä ξ_1 ja ξ_2 ovat riippumattomia satunnaismuuttujia. Lisäksi

$$\mathbb{P}(\xi_1 = -1/2) = \mathbb{P}(\xi_1 = 0) = \mathbb{P}(\xi_1 = 1/2) = 1/3 \quad \text{ja} \quad \mathbb{P}(\xi_2 = -1/2) = 1/4, \quad \mathbb{P}(\xi_2 = 1/2) = 3/4.$$

Määrää kaikki markkinoiden riskineutraalit todennäköisyysmitat sopivassa kuusitilaisessa todennäköisyyskentässä.

4. (jatkoa edelliseen tehtävään) Lisätään markkinoille arvopaperi 3, jonka omistaja saa hetkellä kaksi määrän $\max(S_2(2) - S_2(1), 0)$. Määrää arvopaperin arbitraasivapaat hinnat ja mahdolliset arvot hetkellä yksi.

5. (jatkoa edelliseen tehtävään) Konstruoi omavarainen strategia, joka toistaa arvopaperin 3 arvopapereiden 1 ja 2 avulla. Määrää tämän avulla arvopaperin arbitraasivapaa hetken 0 hinta.