

Sijoitustoiminnan matematiikan laskuharjoitus 3, 15.3.2017

1. Markkinoilla on neljä arvopaperia. Arvopaperi 1 on vuoden nollakuponkibondi vuosikorolla i ja arvopaperi 2 on osake. Arvopaperi 3 on eurooppalainen myyntioptio, jonka omistajalla on oikeus myydä hetkellä yksi 1 osake hintaan γ ja arvopaperi 4 eurooppalainen osto-optio, jonka omistajalla on oikeus ostaa hetkellä yksi 1 osake hintaan γ . Olkoon p osakkeen, q myyntioption ja r osto-option hinta hetkellä nolla. Osoita, että arbitraasivapailla markkinoilla pätee ns. *myynti-ostopariteetti*

$$r + \frac{\gamma}{1+i} = p + q.$$

2. (jatkoa edellisen kerran tehtävään 2) Finanssimarkkinoilla on kaksi arvopaperia. Toinen on vuoden nollakuponkibondi vuosikorolla $i = 0$ ja toinen osake, jonka hinta hetkellä 0 on 1 ja arvo hetkellä 1 $S_2(1)$. Oletetaan, että

$$\mathbb{P}(S_2(1) = 0) = \frac{1}{2}, \quad \mathbb{P}(S_2(1) = 2) = \frac{1}{3} \quad \text{ja} \quad \mathbb{P}(S_2(1) = 3) = \frac{1}{6}.$$

Tarkastellaan markkinoita, joilla on kolme mahdollista tilaa vastaten osakkeen arvoja.

a) Ovatko markkinat täydelliset.

b) Lisätään markkinoille arvopaperi, jonka haltijalla on oikeus ostaa 1 eurolla yksi osake hetkellä 1. Ovatko syntyneet markkinat täydelliset.

3. Finanssimarkkinoilla on kaksi arvopaperia. Toinen on vuoden nollakuponkibondi vuosikorolla $i \geq 0$ ja toinen osake, jonka hinta hetkellä 0 on p ja arvo hetkellä 1 $S_2(1)$. Markkinat ovat arbitraasivapaat.

Lisätään arvopaperivalikoimaan sopimus, jonka haltija ostaa hetkellä 1 yhden osakkeen sovittuun hintaan γ (osto toteutetaan aina). Määrää arvopaperin arbitraasivapaa hinta sopimuksen tekohetkellä 0 (mikäli kysytty hinta on nolla, kutsutaan sopimusta *terminiksi*).

4. Arbitraasivapailla finanssimarkkinoilla on N arvopaperia. Lisätään markkinoille arvopaperi $N + 1$. Osoita, että uuden arvopaperin arbitraasivapaiden hintojen joukko on \mathbb{R} :n konvekssi osajoukko (reaalilukuväli tai yksi piste).

5. Todista olettamatta tarkasteltavaa todennäköisyyskenttää äärelliseksi, että hinnoittelijan olemassolo takaa markkinoiden arbitraasivapauden.