HY Johdatus Matemaattiseen Rahoitusteoriaan I, kotitentti kevät 2016

Kotitentti on palautettava kesäkuun loppuun mennessä. Cox-Ross-Rubinsteinin binomimalli on käsitelty luvussa 3.8 kurssin luentomonistessa.

Oletamme klassista diskreettiaikasta Cox-Ross-Rubinstein binomimallina, jossa on yksi osake $(S_t(\omega) : t = 0, 1, \dots, T)$ ja yksi riskitön pakkitilisijoitus (bondi) $(B_t : t = 0, 1, \dots, T)$, jossa $S_t(\omega) = S_{t-1}(\omega)(1 + R_t(\omega))$ ja $(R_t(\omega))$ ovat refenssi-todennäköisyyden P:n suhteen riippumattomia ja samoin jakutuneita binääri-muuttujat joilla on arvot $\{d, u\}$ jossa $-1 < d < r < u$ ja

$$p = P(R_t = u) = 1 - P(R_t = d), \quad 0 < p < 1 ,$$

ja riskittömille bondille pätee $B_t = B_{t-1}(1 + r)$,

Olkoon $S_0 = B_0 = 1$, ja $d = -0.1$, $r = 0.2$, $u = 0.4$, $p = 0.8$.

1. Osoita että malli on arbitraasi-vapaa ja täydellinen laskemalla yksikäsitteistä ekvivalentti-martingaali-mitta $Q \sim P$ diskontatulle osakehinnalle $\widetilde{S}_t = S_t/B_t$

2. Laske hinta ja suojaus-strategia eurooppalaiselle ja hinnat jokaisella ajanhetkellä $t = 0, 1, 2$ europpalaiselle stop-loss optiolle

$$f(S_T(\omega)) = \big(S_T \vee S_0\big) = \max\big\{S_T(\omega), S_0\big\}, \qquad \text{jossa } T = 3 .$$

3. Laske suojaus-strategia ja hinnat jokaisella ajanhetkellä $t = 0, 1, 2.$ venälaiselle optiolle

$$F(\omega) = \max\big\{S_t(\omega) - S_T(\omega) : t = 0, 1, 2, 3\big\}$$

joka on polku-riippuvainen.