

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Topologia I 2015

Harjoitus 3

Tehtävät 26.1. alkavalle viikolle

Näissä harjoituksissa harjoitellaan metrisiä avaruuksia.

1. Kirjan tehtävä 2:4 sivulla 26.

2. Kirjan tehtävä 2:5 sivulla 26.

3. Oletetaan, että $X = \mathbb{R}$ ja d on reaalilukujen joukon tavallinen metriikka (ts. $d(x, y) = |x - y|$.) Määritä $d(]2, 3[,]7, 8[)$ ja $d(]2, 3[\cup]7, 8[)$. Tarkka perustelu, jossa näkyy infimumin ja supremumien määritelmien käyttö!

4. Kirjan tehtävä 2:9 sivulla 27.

5. Oletetaan, että $X = \mathbb{R}$ ja d on reaalilukujen joukon tavallinen metriikka. Osoita, että joukko $A \subset X$ on rajoitettu topologian kurssin (kirjan sivu 25) mielessä jos ja vain jos on olemassa $M > 0$, jolle kaikilla $x \in A$ pätee $|x| \leq M$.

6. Oletetaan, että (X, d) on metrinen avaruus ja että $a, b \in X$ ja että $d(a, b) = s > 0$. Osoita, että

$$B(a, \frac{s}{2}) \cap B(b, \frac{s}{2}) = \emptyset.$$