

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Topologia I 2015

Tehtävät 19.1. alkavalle viikolle

Näitä tehtäviä tehdään yhdessä laskuharjoituksissa 19.1. alkavalla viikolla. Tehtäviä käsitellään uudestaan laskuharjoituksissa 26.1. alkavalla viikolla ja silloin ruksataan ratkaistut tehtävät lisäpisteiden saamista varten.

Näissä harjoituksissa harjoitellaan normiavaruuksia ja otetaan ensituntumaa metriisiin avaruuksiin.

1. Määritellään vektoriavaruudessa \mathbb{R}^2 $|(x, y)|^* = |x| + 3|y|$. Osoita, että tämä on normi?

2. Määritellään vektoriavaruudessa \mathbb{R}^2 $|(x, y)|^\dagger = |x| \vee 3|y|$. Osoita, että tämä on normi? (Merkintä \vee tarkoittaa samaa kuin ”lukuista suurempi”. Ks. kirjaa.)

3. Kirjan tehtävä 1:5 sivulta 20.

4. Kirjan tehtävä 1:6 sivulta 20.

5. Määritellään joukossa $(\mathbb{R}^2)^2$ funktio d näin:

$d((x, y), (u, v)) = 0$ jos $x = u$ ja $y = v$,

$d((x, y), (u, v)) = 1$ jos $x = u$ ja $y \neq v$, tai $x \neq u$ ja $y = v$, ja

$d((x, y), (u, v)) = 2$ jos $x \neq u$ ja $y \neq v$.

Osoita, että d on metriikka.

6. Määritä $B((a, b), \frac{3}{2})$ tehtävien 1., 2. ja 5 metriikkojen tapauksissa. (Lisäkysymys: Entä $B((a, b), r)$ muiden $r > 0$ tapauksessa?)