

MATEMATIIKAN JA TILASTOTIETEEN LAITOS

Topologia I 2015

Harjoitus 9

Tehtävät 23.3. alkavalle viikolle

Näissä harjoituksissa harjoitellaan lukujen 9 ja 10 asioita.

1. Tarkastellaan reaalilukujen joukkoa varustettuna tavallisella metriikalla. Onko funktio $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ homeomorfismi, jos kaikilla x pätee $f(x) = x^3$?

2. Oletetaan, että $X = \mathbb{R}$ ja merkitään sen alkioita $z = (x, y)$. Merkitään $d(z, z') = |x - x'| \vee |y - y'|$ ja $d'(z, z') = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2}$. Määritellään $f(z) = z + (7, 42)$. Osoita, että f on homeomorfismi $(X, d) \rightarrow (X, d')$.

3. Kirjan tehtävä 9:4.

4. Oletetaan, että d ja d' ovat joukon X metriikkoja. Osoita, että nämä ovat bilipschitz-ekvivalentteja jos ja vain jos on olemassa kertoimet $K > 0$ ja $L > 0$, joille pätee kaikilla $x, y \in X$, että $d(x, y) \leq Kd'(x, y)$ ja $d'(x, y) \leq Ld(x, y)$.

5. Kirjan tehtävä 10:5.

6. Kirjan tehtävä 10:6.