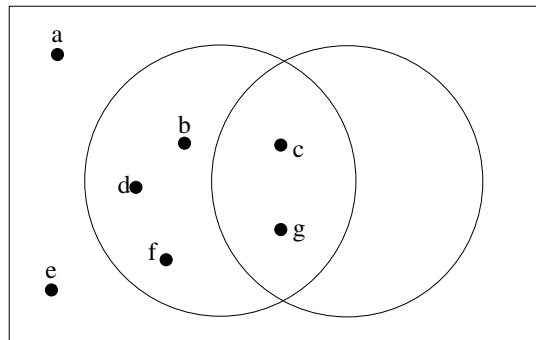


Logiikka I
Matematiikan ja tilastotieteen laitos, Helsingin yliopisto
Kevät 2014
Harjoitus 7

Tehtävien viimeinen palautuspäivä: ke 12.3.2014
Korjausten viimeinen palautuspäivä: ke 26.3.2014

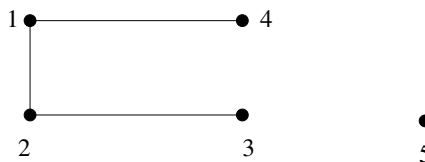
1. Käy antamassa välipalautetta kurssista osoitteessa
<https://elomake.helsinki.fi/lomakkeet/49234/lomake.html>

2. Olkoon \mathcal{M} seuraava malli.



- Minkä aakkoston malli \mathcal{M} on?
- Mikä on $\text{dom}(\mathcal{M})$?
- Mitkä ovat aakkoston symbolien tulkinnat?
Ovatko vastaukset yksikäsitteiset?

3.*Olkoon \mathcal{G} seuraava verkko.



- Minkä aakkoston malli \mathcal{G} on?
- Mikä on $\text{dom}(\mathcal{G})$?
- Mitkä ovat aakkoston symbolien tulkinnat?
Ovatko vastaukset yksikäsitteiset?

4. Anna aakkoston $\{P_0, P_1, P_2\}$ malli, jossa predikaatit jakavat mallin universumin viiteen osaan (P_i ovat yksipaikkaisia predikaattisymboleita).

5. Anna aakkoston $\{R_1, R_2, c_0\}$ malli, jossa relaatioisymboleiden tulkinnat ovat epätyhjiä ja poikkeavat toisistaan (R_i ovat kaksipaikkaisia relaatioisymboleita).

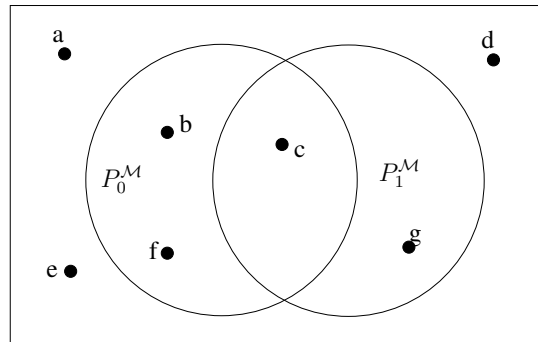
6.*Mitkä seuraavista ovat predikaattilogiikan kaavoja?

- $x = y$
- $(x \wedge z)$
- $(P \wedge R(x, x))$
- $(\forall x x = y \wedge R(y, z))$

- e) $\forall x \exists x R(x, x)$
 f) $(\forall x \wedge \exists y R(x, y))$
 g) $\exists x R(x, \exists y)$

7. Mitkä seuraavista tulkintajonoista toteuttavat kaavan $P_0(x)$ kuvan 1 mallissa? Anna perustelu.

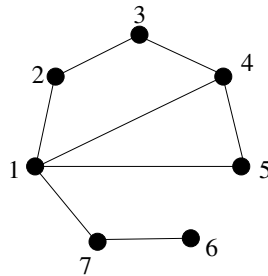
	x	y	z
s_0	a	b	c
s_1	d	e	f
s_2	b	d	f



KUVA 1. Malli

8. Mitkä seuraavista tulkintajonoista toteuttavat kaavan xEy kuvan 2 verkossa? Anna perustelu.

	x	y	z
s_0	1	2	3
s_1	3	4	5
s_2	5	6	7

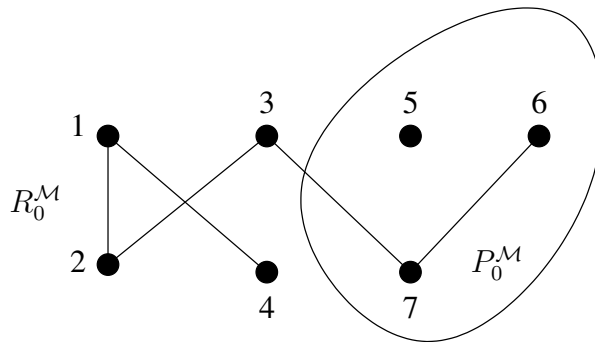


KUVA 2. Verkko

9. Mitkä edellisen tehtävän tulkintajonoista toteuttavat kaavan $xEz \vee yEz$ kuvan 2 verkossa? Anna perustelu.

10. Mitkä seuraavista tulkintajonoista toteuttavat kaavan $P_0(x) \wedge R_0(y, z)$ kuvan 3 mallissa? Anna perustelu.

	x	y	z
s_0	1	3	6
s_1	5	5	6
s_2	7	1	2



KUVA 3. Malli

11. Mitkä seuraavista tulkintajonoista toteuttavat kaavan $P_0(x) \leftrightarrow R(x, y)$ kuvan 3 mallissa? Anna perustelu.

	x	y	z
s_0	1	2	6
s_1	3	4	6
s_2	2	5	7

- 12.*Mitkä seuraavista tulkintajonoista toteuttavat kaavan xEy kuvan 4 verkossa? Entä mitkä tulkintajonoista toteuttavat kaavan $\exists y xEy$? Anna perustelu.

	x	y	z
s_0	1	2	3
s_1	4	5	6
s_2	3	8	7

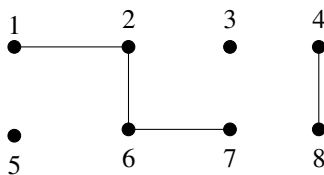
13. Anna verkko ja tulkintajono, jotka toteuttavat kaikki vasemmassa laatikossa olevat kaavat muttei yhtään oikeassa laatikossa olevaa kaavaa.

xEy	xEw
$z = w$	$x = w$
yEw	$\exists x \forall y xEy$

14. Anna kolme eri tulkintajonoa, jotka toteuttavat kaavan $\exists y(xEy \wedge yEz)$ mutteivät kaavaa $xEy \wedge yEz$ kuvan 4 verkossa. Perustele vastauksesi.

15. Piirrä verkko, joka toteuttaa kaavan $\forall x \exists y xEy$.

16. Anna $\{E\}$ -kaava, joka ilmaisee, että jokaisella verkon pisteellä on ainakin kaksi eri naapuria. Kaksi verkon pistettä ovat naapureita, jos niiden välissä on viiva.



KUVA 4. Verkko