

**Logiikka I**  
**Matematiikan ja tilastotieteen laitos, Helsingin yliopisto**  
**Kevät 2014**  
**Harjoitus 4**

Tehtävien viimeinen palautuspäivä: ke 5.2.2014  
 Korjausten viimeinen palautuspäivä: ke 19.2.2014

Lue kurssimateriaalista luvut 1.6–1.8 luonnollisesta päättelystä.

1. Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle  $A \wedge (B \vee C)$  propositiolauseesta  $A \wedge C$ .
2. Mitkä seuraavista ovat oikein tehtyjä luonnollisia päättelyitä? Oikeissa tapauksissa kerro mikä on oletus (tai mitkä ovat oletukset), mikä on johtopäätös ja mitä sääntöjä käytettiin. Väärissä tapauksissa kerro missä on virhe tai virheet.

$$\frac{[A] \quad [B]}{A \wedge B} \qquad \frac{A \wedge B}{A \vee B} \qquad \frac{A \quad [\neg A]}{A \wedge \neg A} \qquad \frac{A \wedge (B \vee C)}{B \quad C}$$

(a)                      (b)                      (c)                      (d)

- 3.\* Mitkä seuraavista ovat oikein tehtyjä luonnollisia päättelyitä? Oikeissa tapauksissa kerro mikä on oletus (tai mitkä ovat oletukset), mikä on johtopäätös ja mitä sääntöjä käytettiin. Väärissä tapauksissa kerro missä on virhe tai virheet.

$$\frac{[A \rightarrow (B \wedge C)] \quad A}{\frac{B \wedge C}{C} \quad A \rightarrow C} \qquad \frac{[p_0 \wedge p_1]}{p_1} \qquad \frac{[A] \quad [B]}{C \quad C} \qquad \frac{A \wedge B}{B} \quad A \rightarrow B$$

(a)                      (b)                      (c)                      (d)

4. Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle  $A \wedge (B \vee C)$  propositiolauseesta  $(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ .
5. Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle  $A \vee (B \wedge C)$  propositiolauseesta  $(A \vee B) \wedge (A \vee C)$ .
6. Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle  $(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$  propositiolauseesta  $A \wedge (B \vee C)$ .
7. Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle  $(A \vee B) \wedge (A \vee C)$  propositiolauseesta  $A \vee (B \wedge C)$ .
8. Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle  $\neg(\neg B \wedge \neg C)$  propositiolauseesta  $A \wedge (B \vee C)$ .
9. Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle  $B \rightarrow (A \rightarrow C)$  propositiolauseesta  $A \rightarrow (B \rightarrow C)$ .

10. Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle  $(A \wedge B) \rightarrow (C \wedge D)$  propositiolauseesta  $(B \wedge A) \rightarrow (D \wedge C)$ .
11. Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle  $A \rightarrow (C \vee B)$  propositiolauseesta  $A \rightarrow (B \vee C)$ .
- 12.\*Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle  $A \rightarrow (B \vee C)$  propositiolauseesta  $(A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C)$ .
13. Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle  $A \rightarrow B$  propositiolauseista  $(A \wedge C) \leftrightarrow B$  ja  $C$ .
14. Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle  $(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow A) \rightarrow (A \leftrightarrow B))$ .
15. Kirjoita seuraava päättely luonnollisen päättelyn muotoon:  
 Jos ikkuna on auki tai Heikki jättää oven on auki, niin lämpötila laskee. Heikki lähtee ulos ja jättää oven auki. Siis lämpötila laskee.  
 Merkitse propositiota "ikkuna on auki"propositiosymbolilla  $p_0$ , propositiota "Heikki jättää oven auki"propositiosymbolilla  $p_1$ , propositiota "Heikki lähtee ulos"propositiosymbolilla  $p_2$  ja propositiota "lämpötila laskee"propositiosymbolilla  $p_3$ .
16. Alla on propositiolauseen  $(A \wedge B) \rightarrow (C \wedge B)$  päättely propositiolauseesta  $(A \vee B) \rightarrow C$ , mutta päättelyssä on kaksi puuttuvaa kohtaa. Täytä puuttuvat kohdat ja kerro mitä sääntöjä on käytetty.

$$\frac{\frac{(A \vee B) \rightarrow C}{C} \quad \frac{\frac{[A \wedge B]}{\boxed{\phantom{A \vee B}}}}{A \vee B} \rightarrow E}{\frac{[A \wedge B]}{B} \wedge E} \rightarrow E \quad \frac{[A \wedge B]}{B} \wedge E}{\boxed{\phantom{(A \wedge B) \rightarrow (C \wedge B)}}} (A \wedge B) \rightarrow (C \wedge B)$$

**Ylimääräinen tehtävä.** Seuraavalla tehtävällä voit korvata minkä tahansa tähdettömän tehtävän.

17. a) Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle  $\neg(A \wedge B)$  propositiolauseesta  $\neg A \vee \neg B$ .
- b) Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle  $\neg A \vee \neg B$  propositiolauseesta  $\neg(A \wedge B)$ .
- c) Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle  $(\neg(A \wedge B) \leftrightarrow (\neg A \vee \neg B))$ .