Logiikka I
Matematiikan ja tilastotieteen laitos, Helsingin yliopisto
Kevät 2014
Harjoitus 2

Tehtävien viimeinen palautuspäivä: ke 22.1.2014
Korjausten viimeinen palautuspäivä: ke 5.2.2014

Lue kurssimateriaalista (Jouko Väänänen: Logic One / Logiikka I) luvut 1.3–1.4 totuusjakaumista ja totuustauluista.

1. Oletetaan seuraavaa: Hannu syö risottoa, Ville syö makkarakeittoa ja Liisa syö pippuripihviä. Kukaan ei syö kahta ruokalajia. Päteekö seuraava lause:
   Hannu syö risottoa ja Liisa ei syö pippuripihviä, jos ja vain jos Ville ja Liisa syövät makkarakeittoa.

2. Oletetaan, että $v(p_0) = 1$, $v(p_1) = 1$ ja $v(p_2) = 0$. Laske $v(p_0 \to (p_1 \to p_2))$.

3. Oletetaan, että $v(p_0) = 1$, $v(p_1) = 0$ ja $v(p_2) = 0$. Laske $v(\neg(\neg p_0 \to \neg p_1) \vee \neg(\neg p_1 \to \neg p_2))$.

4. Täytä puuttuvat totuusarvot:

p_0	p_1	$\neg$	$(p_0$	$\wedge$	$p_1)$	$\vee$	$(\neg$	p_0	$\to$	$\neg$	$p_1)$
1	1	0	1		1	1	0	1	1	0	1
1	0	1	1	0	0		0	1		1	0
0	1		0	0	1	1	1	0		0	1
0	0				0			0			0

5.* Anna esimerkki totuusjakaumasta, jolla lause
   a) $(p_0 \wedge (\neg p_1 \wedge (\neg p_2 \wedge (p_3 \wedge \neg p_4))))$.
   b) $\neg((p_0 \wedge p_1) \to (\neg p_0 \wedge \neg p_1))$.
   c) $(\neg p_0 \wedge ((p_1 \to p_2) \vee (p_3 \leftrightarrow \neg p_4)))$.
   on tosi.

6.*
   a) Formalisoi:
      Jos siitä että ei sada seuraa etten kastu, niin ei päde että kastun, jos sataa.
   b) Tutki totuustaulun avulla, päteekö ylläoleva väite, eli onko se tautologia.

7. Tarkastellaan luennon esimerkkiä:
   Tulen luennolle, jos aihe kiinnostaa, paitsi jos aikataulu ei sovi.
   Luennolla merkittiin atomilauseet:
   p_0: Tulen luennolle. p_1: Aihe kiinnostaa. p_2: Aikataulu sopii.
   a) Piirrä totuustaulu, jossa määrität jokaiselle totuusjakaumalle totuusarvon luonnollisen kielen intuitiosi perusteella.
   b) Luennolla ehdotettiin seuraavia formalisointeja lauseelle:
      - $(p_1 \wedge p_2) \to p_0$
      - $p_0 \to (p_1 \wedge p_2)$

- $(p_2 \leftrightarrow p_1) \to p_0$
- $(p_1 \to p_0) \vee \neg p_2$
- $(p_1 \to p_0) \wedge p_2$

Piirrä totuustaulut ehdotetuille lauseille. Mitkä lauseista ovat keskenään ekvivalentteja? Vastaako jokin intuitiotasi lauseesta? Ellei, miten itse formalisoisit lauseen?

8. Osoita
   a) $v(\neg A) = 1 - v(A)$.
   b) $v(A \wedge B) = v(A) \cdot v(B)$.
   c) $v(A \vee B) = v(A) + v(B) - v(A) \cdot v(B)$.

9. Osoita
   a) $v(A \to B) = 1 - v(A) + v(A) \cdot v(B)$.
   b) $v(A \leftrightarrow B) = 1 - v(A) - v(B) + 2 \cdot v(A) \cdot v(B)$.

10. Sovella totuustaulumenetelmää seuraavaan tehtävään: Ratkaise onko $p_0 \to \neg p_0$ tautologia, kontingentti vai ristiriita.

11. Sovella totuustaulumenetelmää seuraavaan tehtävään: Ratkaise onko $p_0 \vee \neg(p_0 \wedge p_1)$ tautologia, kontingentti vai ristiriita.

12. Sovella totuustaulumenetelmää seuraavaan tehtävään: Ovatko propositiolauseet $p_0 \to p_1$ ja $\neg(p_1 \to p_0)$ loogisesti ekvivalentteja vai ei?

13. Osoita totuustaulumenetelmällä, että seuraavat propositiolauseet ovat loogisesti ekvivalentteja: $\neg(A \wedge B)$ ja $\neg A \vee \neg B$.

14. Osoita totuustaulumenetelmällä, että seuraavat propositiolauseet ovat loogisesti ekvivalentteja:
    a) $\neg\neg A$ ja A.
    b) $A \wedge A$ ja A.
    c) $A \vee A$ ja A.

15.* Osoita totuustaulumenetelmällä, että seuraavat propositiolauseet ovat loogisesti ekvivalentteja:
    a) $A \to B$ ja $\neg A \vee B$
    b) $A \leftrightarrow B$ ja $(A \to B) \wedge (B \to A)$

Ylimääräinen tehtävä. Seuraavalla tehtävällä voit korvata minkä tahansa tähdettömän tehtävän.

16. Todista induktiolla, että propositiolauseella, jossa on n konnektiivia, on korkeintaan $2n + 1$ alikaavaa.