Differentialekvationer I
Kursprov 28.2. 2011

1. Bestäm den allmänna lösningen $y = y(x)$ till differentialekvationen

$$y' = xe^{-2y}$$

samt den lösning som satisfierar initialvillkoret $y(0) = 1$.

2. Motivera varför differentialekvationen

$$\sin y + (2y + x\cos y)y' = 0$$

är exakt. Bestäm dess allmänna lösning $y = y(x)$ i implicit form.

3. Bestäm den allmänna lösningen $y = y(x)$ till differentialekvationen

$$y'' + 8y' + 15y = \cos x.$$

4. Verifiera att funktionen $y_1(x) = x^3$ är en lösning till differentialekvationen

$$y'' - \frac{1}{x}y' - \frac{3}{x^2}y = 0, \quad x > 0.$$

Sök med hjälp av försöket $y_2(x) = C(x)x^3$ en lösning y_2, så att $\{y_1, y_2\}$ bildar ett fundamentalsystem av lösningar till differentialekvationen (sk. reducering av ordningen).

KÄÄNNÄ!

Differentiaaliyhtälöt I
Kurssikoe 28.2. 2011

1. Määrää differentiaaliyhtälön

$$y' = xe^{-2y}$$

yleinen ratkaisu $y = y(x)$, sekä alkuarvoehdon $y(0) = 1$ toteuttava ratkaisu.

2. Perustele miksi differentiaaliyhtälö

$$\sin y + (2y + x \cos y)y' = 0$$

on ekakti. Määrää sen yleinen ratkaisu $y = y(x)$ implisiittisessa muodossa.

3. Määrää differentiaaliyhtälön

$$y'' + 8y' + 15y = \cos x$$

yleinen ratkaisu $y = y(x)$.

4. Tarkista että funktio $y_1(x) = x^3$ on differentiaaliyhtälön

$$y'' - \frac{1}{x}y' - \frac{3}{x^2}y = 0, \quad x > 0,$$

eräs ratkaisu. Etsi yritteen $y_2(x) = C(x)x^3$ avulla sellainen ratkaisu y_2, että $\{y_1, y_2\}$ on annetun differentiaaliyhtälön perusjärjestelmä (ns. kertaluvun pudotus).

VÄND!