

## Logiikka I

Matematiikan ja tilastotieteen laitos, Helsingin yliopisto

Kevät 2013

### Tehtäviä 7 (Kertaustehtäviä)

Harjoitusten viimeinen palautuspäivä: pe 1.3.2013 klo 16:00

Ei tähdellisiä tehtäviä (mutta kaikki palautetaan kirjallisena, kuten tavallisesti).

1. Onko propositiolause  $((p_0 \rightarrow p_1) \rightarrow p_2) \rightarrow p_0$  tautologia, ristiriita vai kontingentti? Anna tarkka perustelu!
2. Onko propositiolause  $p_0 \rightarrow (p_1 \rightarrow (p_2 \rightarrow p_0))$  tautologia, ristiriita vai kontingentti? Anna tarkka perustelu!
3. Onko seuraava propositiolause tautologia vai ei:  $p_0 \rightarrow (\neg p_0 \vee p_1)$ . Esitä perustelu vastauksellesi.
4. Onko propositiolause  $(p_0 \wedge p_1) \vee p_2$  propositiolauseen  $p_0 \rightarrow (p_1 \rightarrow p_2)$  looginen seuraus? Anna tarkka perustelu!
5. Ovatko lauseet  $p_0 \rightarrow (\neg p_1 \rightarrow p_2)$  ja  $\neg p_1 \rightarrow (p_0 \rightarrow p_2)$  loogisesti ekvivalentteja vai ei? Anna hyvä perustelu.
6. Osoita, että  $\{\vee, \rightarrow\}$  ei ole täydellinen (eli universaalinen) konnektiivijoukko.
7. Osoita, että  $\{\vee, \wedge\}$  ei ole täydellinen (eli universaalinen) konnektiivijoukko.
8. Osoita, että  $\{\neg, \rightarrow\}$  on täydellinen (eli universaalinen) konnektiivijoukko.
9. Anna luonnollinen päättely  $\{p_0 \vee \neg p_1\} \vdash p_1 \rightarrow p_0$ .
10. Anna luonnollinen päättely  $\{p_0 \wedge \neg p_1\} \vdash \neg(p_0 \rightarrow p_1)$ .
11. Anna luonnollinen päättely  $\{\neg A \rightarrow \neg B\} \vdash \neg\neg B \rightarrow \neg\neg A$ .
12. Esitä luonnollinen päättely propositiolauseelle  $\neg A \vee C$  oletuksesta  $(\neg A \wedge C) \vee (\neg A \wedge D)$ .
13. Anna luonnollinen päättely  $\{A \wedge B\} \vdash ((A \vee B) \rightarrow A) \wedge (A \rightarrow B)$ .
14. Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle  $(A \wedge \neg A) \rightarrow (A \leftrightarrow B)$ .
15. Anna luonnollinen päättely lauseelle  $\neg A \rightarrow B$  oletuksesta  $\neg B \rightarrow A$ .
16. Osoita, että  $\{p_0 \rightarrow (p_1 \rightarrow p_2)\} \not\vdash p_0 \rightarrow p_2$ .
17. Anna semanttinen todistus propositiolauseelle  $(A \wedge B) \vee (\neg A \vee \neg B)$ .
18. Anna semanttinen todistus lauseelle  $(A \vee (B \vee C)) \rightarrow (C \vee (B \vee A))$ .
19. Osoita, että lauseesta  $(\neg p_1 \wedge p_0) \leftrightarrow (\neg p_1 \wedge p_2)$  ei voi päätellä lausetta  $p_1 \vee p_2$ .