

Logiikka I
Matematiikan ja tilastotieteen laitos, Helsingin yliopisto
Kevät 2013
Harjoitus 4

Tehtävien viimeinen palautuspäivä: ke 6.2.2013
Korjausten viimeinen palautuspäivä: ke 20.2.2013

Tehtävä 1 *Mitkä seuraavista ovat disjunkttiivisessa normaalimuodossa?*

1. p_0
2. $p_0 \wedge \neg p_0$
3. $p_0 \vee \neg p_0$
4. $(p_0 \wedge p_1) \vee p_0$
5. $(\neg p_0 \vee p_1) \wedge (\neg p_0 \vee \neg p_1)$
6. $p_0 \wedge p_1 \wedge p_2$
7. $p_0 \vee p_1 \vee p_2$

Tehtävä 2* *Esitä lause $(p_0 \rightarrow p_1) \rightarrow p_2$ disjunkttiivisessa normaalimuodossa ja perustele, miksi vastauksesi on loogisesti ekvivalentti annetun propositiolauseen kanssa.*

Tehtävä 3 **Peircen nuoli** on seuraava konnektiivi:

A	B	$A \downarrow B$
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Osoita, että $\{\downarrow\}$ on täydellinen konnektiivijoukko.

Tehtävä 4 *Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle $A \wedge (B \vee C)$ propositiolauseesta $A \wedge C$.*

Tehtävä 5 *Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle $(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ propositiolauseesta $A \wedge (B \vee C)$.*

Tehtävä 6* *Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle $(A \vee B) \wedge (A \vee C)$ propositiolauseesta $A \vee (B \wedge C)$.*

Tehtävä 7 *Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle $B \rightarrow (A \rightarrow C)$ propositiolauseesta $A \rightarrow (B \rightarrow C)$.*

Tehtävä 8 *Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle $(A \wedge B) \rightarrow (C \wedge D)$ propositiolauseesta $(B \wedge A) \rightarrow (D \wedge C)$.*

Tehtävä 9 Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle $A \rightarrow (C \vee B)$ propositiolauseesta $A \leftrightarrow (B \vee C)$.

Tehtävä 10 Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle $A \rightarrow (B \vee C)$ propositiolauseesta $(A \rightarrow B) \vee (A \rightarrow C)$.

Tehtävä 11 Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle $A \rightarrow B$ propositiolauseista $(A \wedge C) \leftrightarrow B$ ja C .

Tehtävä 12 Anna luonnollinen päättely propositiolauseelle $(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow A) \rightarrow (A \leftrightarrow B))$.

Tehtävä 13 Mitkä seuraavista ovat oikein tehtyjä luonnollisia päättelyjä? Oikeissa tapauksissa kerro mikä on oletus (tai mitkä ovat oletukset), mikä on johtopäätös ja mitä sääntöjä käytettiin. Väärissä tapauksissa kerro missä on virhe tai virheet.

$$\begin{array}{cccc}
 \frac{[A] \quad [B]}{A \wedge B} & \frac{\frac{A \vee B}{A} \quad \frac{A \vee B}{B}}{A \wedge B} & \frac{\frac{[p_0 \wedge p_1]}{p_1}}{(p_0 \wedge p_1) \rightarrow p_1} & \frac{\begin{array}{c} [A] \quad [B] \\ \vdots \quad \vdots \\ C \quad C \end{array}}{(A \vee B) \rightarrow C} \\
 (a) & (b) & (c) & (d)
 \end{array}$$

Tehtävä 14 Kirjoita seuraava päättely luonnollisen päättelyn muotoon:

Jos ikkuna on auki tai Heikki jättää oven on auki, niin lämpötila laskee. Heikki lähtee ulos ja jättää oven auki. Siis lämpötila laskee.

Merkitse propositiota "ikkuna on auki" propositiosymbolilla p_0 , propositiota "Heikki jättää oven auki" propositiosymbolilla p_1 , propositiota "Heikki lähtee ulos" propositiosymbolilla p_2 ja propositiota "lämpötila laskee" propositiosymbolilla p_3 .

Tehtävä 15 Alla on propositiolauseen $(A \wedge B) \rightarrow (C \wedge B)$ päättely propositiolauseesta $(A \vee B) \rightarrow C$, mutta päättelyssä on kaksi puuttuvaa kohtaa. Täytä puuttuvat kohdat ja kerro mitä sääntöjä on käytetty.

$$\frac{\frac{\frac{[A \wedge B]}{\boxed{}}}{A \vee B} \quad (A \vee B) \rightarrow C \quad \rightarrow \mathbf{E} \quad \frac{[A \wedge B]}{B} \quad \wedge \mathbf{E}}{C \quad \wedge \mathbf{E}} \wedge \mathbf{E} \\
 \frac{\boxed{}}{(A \wedge B) \rightarrow (C \wedge B)}$$