Logiikka I
Matematiikan ja tilastotieteen laitos, Helsingin yliopisto
Kevät 2013
Harjoitus 2

Tehtävien viimeinen palautuspäivä: ke 23.1.2013
Korjausten viimeinen palautuspäivä: ke 6.2.2013

Tehtävä 1 *Oletetaan, että* $v(p_0) = 1$, $v(p_1) = 1$ *ja* $v(p_2) = 0$. *Laske* $v(p_0 \to (p_1 \to p_2))$.

Tehtävä 2 *Oletetaan, että* $v(p_3) = 1$, $v(p_6) = 0$ *ja* $v(p_9) = 0$. *Laske* $v((p_3 \to p_9) \vee (p_6 \to p_9))$.

Tehtävä 3 *Oletetaan, että* $v(p_0) = 1$, $v(p_1) = 0$ *ja* $v(p_2) = 0$. *Laske* $v((p_0 \vee p_1) \leftrightarrow (p_2 \wedge \neg p_0))$.

Tehtävä 4 *Oletetaan, että* $v(p_0) = 1$, $v(p_1) = 0$ *ja* $v(p_2) = 0$. *Laske* $v(\neg(\neg p_0 \to \neg p_1) \vee \neg(\neg p_1 \to \neg p_2))$.

Tehtävä 5 *Täytä puuttuvat totuusarvot:*

p_0	p_1	$\neg$	$(p_0$	$\vee$	$p_1)$	$\wedge$	$(\neg$	p_0	$\wedge$	$\neg$	$p_1)$
1	1	0	1	1	1	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0
0	1		0	1	1		1	0		0	1
0	0		0		0			0			0

Tehtävä 6 *Täytä puuttuvat totuusarvot:*

p_0	p_1	$\neg$	$(p_0$	$\wedge$	$p_1)$	$\vee$	$(\neg$	p_0	$\to$	$\neg$	$p_1)$
1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1
1	0	1	1	0	0		0	1		1	0
0	1	1	0	0	1	1	1	0		0	1
0	0	1	0	0	0			0			0

Tehtävä 7 *Anna esimerkki totuusjakaumasta, jolla lause*

1. $(p_0 \wedge (\neg p_1 \wedge (\neg p_2 \wedge (p_3 \wedge \neg p_4))))$.
2. $\neg((p_0 \wedge p_1) \to (\neg p_0 \wedge \neg p_1))$.
3. $(\neg p_0 \wedge ((p_1 \to p_2) \vee (p_3 \leftrightarrow \neg p_4)))$.

on tosi.

Tehtävä 8 * *Osoita*

1. $v(\neg A) = 1 - v(A)$.

2. $v(A \wedge B) = v(A) \cdot v(B)$.

3. $v(A \vee B) = v(A) + v(B) - v(A) \cdot v(B)$.

Tehtävä 9 *Osoita*

1. $v(A \to B) = 1 - v(A) + v(A) \cdot v(B)$.

2. $v(A \leftrightarrow B) = 1 - v(A) - v(B) + 2 \cdot v(A) \cdot v(B)$.

Tehtävä 10 * *Eksklusiivinen disjunktio on konnektiivi "A tai B mutta ei molemmat". Tässä on pari esimerkkiä eksklusiivisesta disjunktiosta arkikielessä: Jos tänään on perjantai, niin olen Roomassa tai olen Madridissa. Saat matkalaukkusi tai lentoyhtiö maksaa täyden korvauksen. Laadi eksklusiivisen disjunktion totuustaulu.*

Tehtävä 11 *Olkoon M kaikkien totuusjakaumien joukko. Olkoon jokaiselle propositiolauseelle A: $[A] = \{v \in M : v(A) = 1\}$. Osoita*

1. $[A \wedge B] = [A] \cap [B]$

2. $[A \vee B] = [A] \cup [B]$.

3. $[\neg A] = M - [A]$.

Tehtävä 12 *(Jatkoa edelliseen tehtävään.) Osoita*

1. $[A \to B] = M$ *joss* $[A] \subseteq [B]$.

2. $[A \leftrightarrow B] = M$ *joss* $[A] = [B]$.

Tehtävä 13 *Olkoon M kaikkien totuusjakaumien joukko propositiosymboleille $p_0, \ldots, p_{n-1}$. Tarkastellaan propositiosymboleista $p_0, \ldots, p_{n-1}$ rakennettuja propositiolauseita. Olkoon $\#(A)$ niiden $v \in M$ lukumäärä joille $v(A) = 1$. Olkoon $p(A) = \#(A)/2^n$. Kutsumme lukua $p(A)$ lauseen A todennköisyydeksi. Osoita*

1. $p(A \vee B) + p(A \wedge B) = p(A) + p(B)$.

2. $p(\neg A) = 1 - p(A)$.

Tehtävä 14 *Yllä on määritelty $p(A)$, lauseen A todennäköisyys. Kumpi seuraavista lauseista on todennäköisempi? (Eli kummalla on suurempi todennäköisyys):*

1. $p_0 \wedge p_1$.

2. $p_0 \to p_1$.

Tehtävä 15 *Kumpi seuraavista lauseista on todennäköisempi? (Eli kummalla on suurempi todennäköisyys):*

1. $(p_0 \wedge \neg p_1) \vee (p_1 \wedge \neg p_2)$.

2. $p_0 \vee (p_1 \wedge p_2)$.