

Logiikka I

Matematiikan ja tilastotieteen laitos, Helsingin yliopisto

Kevät 2013

Tehtäviä 11

Harjoitusten viimeinen palautuspäivä: 10.4.2013 klo 18:00

Korjausten viimeinen palautuspäivä: 24.4.2013 klo 18:00

Tehtävä 1 Päättele kaava $\neg\exists yP_0(y) \rightarrow \neg P_0(c)$.

Tehtävä 2 Päättele kaava $\forall x\exists z\exists yA \rightarrow \exists y\exists zA(c/x)$.

Tehtävä 3 Päättele kaava $\forall x\exists y(\neg R_0(x, y) \wedge R_1(x, y)) \rightarrow \exists x\exists y\neg R_0(x, y)$.

Tehtävä 4* Päättele $\exists yB(y/x)$ kaavoista $\forall x(A \rightarrow B)$ ja $\exists xA$, jos y on vapaa x :lle ja y ei esiinny vapaana kaavassa B .

Tehtävä 5 Päättele $\exists xP_0(x) \rightarrow \exists yP_1(y)$ kaavasta $\exists y\forall x(P_0(x) \rightarrow P_1(y))$.

Tehtävä 6 Osoita, että kaavasta $\exists xR_0(x, c)$ ei voi päätellä kaavaa $\exists xR_0(c, x)$.

Tehtävä 7 Osoita, että seuraava päättely ei ole korrekti: Oletetaan, että mikään päivä, joka ei ole sateinen, ei ole tuulinen, mutta joku päivä on tuulinen. Siis jokainen päivä on sateinen.

Tehtävä 8 Osoita, että seuraavaa lausetta ei voi päätellä luonnollisella päättelyllä:

$$\exists x\neg P_0(x) \rightarrow \neg\exists xP_0(x)$$

Tehtävä 9 Osoita, että seuraavaa lausetta ei voi päätellä luonnollisella päättelyllä:

$$\forall z(\forall xR_0(x, x) \rightarrow \forall yR_0(z, y))$$

Tehtävä 10* Osoita, että seuraavaa lausetta ei voi päätellä luonnollisella päättelyllä:

$$\exists x\forall yR_0(x, y) \rightarrow \forall x\exists yR_0(x, y)$$

Tehtävä 11 Osoita, että seuraavaa lausetta ei voi päätellä luonnollisella päättelyllä:

$$\forall x\exists yR_0(x, y) \rightarrow \exists x\forall yR_0(x, y)$$

Tehtävä 12 Osoita, että seuraavaa lausetta ei voi päätellä luonnollisella päättelyllä:

$$\exists x\exists yR_0(x, y) \rightarrow \exists xR_0(x, x)$$

Tehtävä 13 Osoita, että seuraavaa lausetta ei voi päätellä luonnollisella päättelyllä:

$$\forall x(P_0(x) \rightarrow \forall yP_0(y))$$

Tehtävä 14 Osoita, että ei ole olemassa luonnollista päättelyä:

$$\{\forall x(\neg P_1(x) \rightarrow \neg P_0(x)), \forall xP_1(x)\} \vdash \forall xP_0(x)$$

Tehtävä 15 Osoita, että ei ole olemassa luonnollista päättelyä:

$$\{\forall x(P_0(x) \rightarrow P_1(x)), \exists xP_0(x)\} \vdash \forall xP_1(x)$$