

## Johdatus tilastolliseen päättelyyn, 4. harjoitus (16.–20.4.2012)

1. Ensimmäisen luennon kyselyn perusteella miesopiskelijoiden pituudelle (cm) laskettu 95 %:n  $t$ -luottamusväli on  $[177.57, 182.59]$ , ja pituutensa ilmoitti 37 miestä. Laske tämän perusteella miesopiskelijoiden keskipituudelle piste-estimaatti sekä estimoi miesopiskelijoiden pituuden populaatiojakauman varianssi sekä keskihajonta. (Se tarpeeton  $t$ -jakauman taulukko löytyy harjoitusten 3 tehtäväpaperin takaa.)

2. Tutkimusryhmä A sekä tutkimusryhmä B ovat toisistaan riippumattomasti tutkineet ilmiötä, jota voidaan kuvata satunnaisotoksella normaalijakaumasta  $N(\mu, \sigma^2)$ , jossa molemmat parametrit ovat tuntemattomia. Kiinnostuksen kohteena on populaation keskiarvo  $\mu$ . Tutkimusryhmän A tulokset (otoskoko, otoskeskiarvo ja otosvarianssi) ovat

$$n_A = 10, \quad \bar{y}_A = 2.952, \quad s_A^2 = 1.773$$

ja tutkimusryhmän B tulokset ovat

$$n_B = 15, \quad \bar{y}_B = 3.411, \quad s_B^2 = 1.321$$

Sinun tehtävänäsi on harrastaa meta-analyysiä eli yhdistää näiden kahden tutkimuksen tulokset. Laske parametrin  $\mu$  piste-estimaatti sekä 95 %:n kaksisuuntainen  $t$ -luottamusväli, jossa käytetään hyväksi sekä ryhmän A että ryhmän B havainnot.

3. Jakson 4.6.4 kaavoilla saadaan laskettua luottamusväli normaalijakaumaa  $N(\mu, \sigma^2)$  noudattavan populaation varianssiparametrille  $\sigma^2$ . Miten saadaan laskettua luottamusväli populaation keskihajonnalle  $\sigma$ ?

4. Johda Wilsonin luottamusvälin päätepisteet ratkaisemalla epäyhtälöpari

$$-z_{\alpha/2} \leq \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{\frac{1}{n} p(1-p)}} \leq z_{\alpha/2}$$

muuttujan  $p$  suhteen. Näytä, että ratkaisuksi saadaan aina väli.

5. Ensimmäisen luennon kyselyn perusteella naisopiskelijoiden pituuden (cm) otoskeskiarvo ja otosvarianssi ja otoskoko ovat

$$\bar{y} = 168.14, \quad s^2 = 55.42, \quad n = 36.$$

Ajattelemme, että havainnot vastaavat satunnaismuuttujat ovat satunnaisotos normaalijakaumasta  $N(\mu, \sigma^2)$ , jossa molemmat parametrit ovat tuntemattomia.

Laske ensin 95 %:n (kaksisuuntainen) luottamusväli keskipituudelle  $\mu$ . Laske seuraavaksi 95 %:n ennusteväli satunnaismuuttujalle  $Y_{37}$ . Koska populaation varianssi on tuntematon, joudut ensin johtamaan tähän tilanteeseen sopivan kaavan esimerkin 4.3 vihjeiden avulla.