

Autonomiset systeemit
Harjoitus 6, syksy 2010

1. Parilla

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -x + y + \frac{xy}{1+t} \\ \dot{y} &= -x + \frac{y^2}{1+t},\end{aligned}$$

missä $t > -1$, on vakioratkaisu $\mathbf{0}$. Tutki tämän stabiilisuutta.

2. Autonomisella systeemillä

$$\begin{aligned}\dot{x} &= e^{-x-y} - 1 \\ \dot{y} &= e^{-y-z} - 1 \\ \dot{z} &= -z\end{aligned}$$

on tasapainotila $\mathbf{0}$. Tutki tämän stabiilisuutta.

Ohje. Muoto (2.15). Lisäksi pitää saada voimaan (2.18). Kuinka asia voidaan aina hoitaa autonomisissa systeemeissä?

3. Osoita että yhtälön

$$\ddot{u} + k\dot{u} + \sin u = 0$$

ratkaisu 0 on asymptotisesti stabiili parametrin $k \in \mathbf{R}$ arvoilla $k > 0$.

Ohje. Jälleen (2.18).

4. Todista lause 2.4.

Ohje. Analysoi lauseiden 2.2 ja 2.3 todistukset. Tarkemmin, mitä muutoksia pitää tehdä 2.3:n todistukseen? Vain oleelliset.