

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Matemaattisen analyysin jatkokurssi
Harjoitus 9
9.4.2010

1. Määritä käyrän $x^3y + 4x^2y^3 - x^5 = 4$ pisteeseen $(1, 1)$ piirretyn tangentin yhtälö implisiittisen derivoinnin avulla. Perustele implisiittifunktion olemassaolo.
2. Osoita, että yhtälö $x^2yz + xz^3 + y^2z^2 = 1$ määrittelee pisteen $(0, 1, 1)$ ympäristössä muuttujan z muuttujien x ja y funktiona ja laske $D_1z(0, 1)$ ja $D_2z(0, 1)$.
3. Tutki seuraavien neliömuotojen definiittisyyttä:
 - a) $Q(x, y) = 3x^2 - 6xy + 3y^2$
 - b) $Q(x, y) = -7x^2 - 7y^2 + 8xy$
 - c) $Q(x, y, z) = -7x^2 - 7y^2 - 10z^2 + 8xy + 16xz - 16yz$
4. Osoita, että funktio $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \|x\|$, on konvekksi.
5. Tutki funktion $f(x, y) = -x^4 - 3y^4 - 12x + 5y$ konveksisuutta \mathbb{R}^2 :ssa.
6. Osoita, että funktio $f(x, y) = x^3 + y^5 + xy$ on vahvasti konvekssi joukossa

$$A = \{(x, y) \mid x > \frac{1}{120}, y > 1\}.$$