

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Matemaattisen analyysin jatkokurssi
Harjoitus 7
19.3.2010

- a) Osoita, ettei funktiolla $f(x, y) = \frac{x^2 + y}{|x + y|}$ ole raja-arvoa origossa.

b) Laske $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 + y^2}{|x + y|} + \cos(xy)$.
- Osoita funktio $f(x, y, z) = \frac{e^{xy}}{1 + z^2} + \sqrt{x^2 + y^2 z^2}$ jatkuvaksi \mathbb{R}^3 :ssa.
- Mikä on funktion $f(x, y) = (\frac{x}{y}, \sqrt{xy}, \ln y)$ määrittelyjoukko? Mitkä ovat f :n komponenttifunktiot? Onko f jatkuva?
- Millä a :n arvolla funktio $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(2x^2 + 2y^2)}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ a, & (x, y) = (0, 0), \end{cases}$ on jatkuva? (Vihje: Merkitse $z = x^2 + y^2$ ja käytä hyväksi syksyn kurssin tietoja.)
- Laske tehtävän 3 funktion f osittaisderivaatat.
- Laske funktion $f(x, y, z) = \frac{xy + 3ze^x}{x^2 + z^2}$ gradientti pisteessä $(0, 1, -1)$.