

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Matemaattisen analyysin jatkokurssi
Harjoitus 3
12.2.2010

1. Laske $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{4 \cos^2 x - \sin^2 x}$ sijoituksella $\tan x = t$.
2. Laske käyrien $y = x \sin x$ ja $y = 2x$ ja suoran $x = \pi$ reunustaman alueen ala.
3. Derivoi funktio $f(x)$ ja tutki sen monotonisuutta, kun
 - a) $f(x) = \int_x^{2x} e^{t^4} dt$, b) $f(x) = \int_x^1 \frac{1}{\sin(\frac{\pi t}{2})} dt$ ($0 < x < 2$).
4. Laske sopivilla sijoituksilla integraalit $\int_0^8 \frac{\sin \sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} dx$ ja $\int_{-1}^0 x \sqrt[3]{x+1} dx$.
5. Osoita sopivalla sijoituksella, että kaikilla $n \in \mathbb{N}$ on $\int_0^{\pi/2} \sin^n x dx = \int_0^{\pi/2} \cos^n x dx$.
Mikä tämä luku on, kun $n = 2$?
6. Käyrä $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 3x + 2}}$, $3 \leq x \leq 4$, pyörähtää x -akselin ympäri. Laske syntyneen pyörähdyskappaleen tilavuus.