

Matematiikan ja tilastotieteen laitos  
Matemaattisen analyysin jatkokurssi  
Harjoitus 11  
23.4.2010

1. Etsi funktion  $f(x, y) = x^2 + 3x + y^2 - 4y$  suurin ja pienin arvo joukossa

$$A = \{(x, y) \mid -2 \leq x \leq -1, 0 \leq y \leq \frac{5}{2}\}.$$

2. Määritä pinta-alaltaan pienin suorakulmainen särmiö, jonka tilavuus on 8.

3. Etsi funktion  $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + 2z^2 + xz$  pienin arvo  $\mathbb{R}^3$ :ssa ja joukossa

$$A = \{(x, y, z) \mid 1 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 3, z = 2\}.$$

4. Määritä funktion  $f(x, y) = x + y$  suurin ja pienin arvo side-ehdolla  $x^2 + 2y^2 = 3$ .

5. Etsi käyrän  $x^6 + y^6 = 1$  origoa lähimmät ja etäisimmät pisteet.

6. Etsi Lagrangen menetelmällä origon etäisyys tasojen  $x + y + z = 1$  ja  $2x - y + 2z = 1$  leikkaussuorasta.