

Henkivakuutusmatematiikan laskuharjoitus 10, 27.11.2008

Huom. Viimeinen harjoitus on ke 3.12. klo 16-18, sali C123.

1. Tarkastellaan kilpailevien kuolinsyiden teorian mukaista asetelmaa Markov-prosessina, jossa tila 0 tarkoittaa elossa olevaa ja tila j syyhyn j kuollutta, $j = 1, \dots, n$. Hypoteettiset syittäiset elinajat T_1, \dots, T_n oletetaan toisistaan riippumattomiksi. Olkoon μ_j elinaikaan T_j liittyvä kuolevuus, $j = 1, \dots, n$. Määää siirtymäintensiteetit $\mu_{jk}, j, k \in \{0, 1, \dots, n\}, j \neq k$, kun henkilö on x -ikäinen hetkellä nolla.

2. (jatkoa) Kirjoita forward-yhtälöt todennäköisyyksien $P_{0k}(t, u)$ ratkaisemiseksi, $0 \leq t < u$. Onko näillä yhteys lauseen 3.4 tulokseen.

3. Markov-prosessin Z tila-avaruus on $E = \{1, \dots, N\}$. Siirtymäintensiteetit $\mu_{jk}, j, k \in E$ oletetaan jatkuviksi. Oletetaan, että on olemassa sellainen tila $k \in E$ ja positiivinen vakio ε , että $\mu_{1k}(u) \geq \varepsilon$ kaikilla $u \geq 0$. Oletetaan lisäksi, että $\mu_{j1}(u) = 0$ kaikilla $j \neq 1$ ja $u \geq 0$. Osoita, että

$$\lim_{u \rightarrow \infty} \mathbf{P}(Z(u) = 1 \mid Z(0) = 1) = 0.$$

4. Olkoon kolmitilaisen Markov-prosessin tila-avaruus $E = \{1, 2, 3\}$. Tilojen tulkinnat ovat 1 = aktiivi, 2 = työkyvytön ja 3 = kuollut. Olkoot intensiteetit μ_{12}, μ_{13} ja μ_{23} positiivisia vakioita ja muut nolliä. Oletetaan, että

$$\mu_{23} - \mu_{12} - \mu_{13} \neq 0.$$

Vakuutettu on hetkellä nolla tilassa 1. Määää todennäköisyys, että vakuutettu on tilassa k hetkellä $t > 0$, $k = 2, 3$.

5. (jatkoa) Määää mallin implikoima (hetkellä nolla) aktiivin henkilön kuolevuus.