

Henkivakuutusmatematiikan laskuharjoitus 8, 6.11.2008

1. Tarkastellaan elämänvaravakuutusta, jossa vakuutettu on x -ikäinen, elämänvarasumma S , vakuutus aika n , korkoutuvuus δ vakio ja kuolevuus μ . Osoita lähtien Thielen yhtälöstä, että vakuutuksen nettokertamaksu on SD_{x+n}/D_x .

2. Tarkastellaan kuolemanvaravakuutusta, jossa vakuutettu on x -ikäinen, vakuutus aika n , kuolemanvarasumma $K(t)$ hetkellä $t \in (0, n)$, korkoutuvuus vakio δ ja kuolevuus μ . Oletetaan, että K on jatkuva. Olkoon ξ_t elossa olevan vakuutetun tulevien korvausten nykyarvo ja $W(t) = \mathbf{E}(\xi_t^2)$ kaikilla $t \in (0, n)$. Osoita, että

$$W'(t) = -\mu(x+t)K(t)^2 + (2\delta + \mu(x+t))W(t), \quad \forall t \in (0, n).$$

3. Tarkastellaan vakuutusta, jossa yhtiö korvaa kuolihetkellä T vakuutuksen vastuuvelan $V(T-)$ (vastuuvelka juuri ennen kuolinhetkeä) ja lisäksi summan S . Määrää vakuutuksen nettokertamaksu, kun vakuutettu on x -ikäinen, vakuutus aika on n ja kuolevuus μ ja korkoutuvuus δ ovat positiivisia vakioita.

4. Tarkastellaan elämänvaravakuutusta, jossa korvaussumma hetkellä n on S . Hetkellä $t = 0$ maksetaan vakuutusmaksu P_0 . Tämän jälkeen vakuutusmaksua maksetaan jatkuvasti intensiteetin ollessa $\bar{P}(t)$ hetkellä $t \in (0, n)$. Olkoon korkoutuvuus δ vakio, kuolevuus μ jatkuva ja vakuutettu x -ikäinen sopimuksen tekohetkellä nolla. Kuolevuus oletetaan aidosti kasvavaksi iän funktioksi. Elossa olevan vakuutetun vastuuvelka mielivaltaisella hetkellä $t \in (0, n)$ on $Se^{\alpha(t-n)}$, missä α on vakio ja $\alpha \geq \mu(x+n) + \delta$. Määrää ekvivalenssiperiaatteen mukainen vakio P_0 ja funktio \bar{P} .

5. Tarkastellaan kuolemanvaravakuutusta, jossa korvauksena maksetaan kuolinhetkellä T summa S , jos $T \in [0, n]$. Vakuutusmaksua maksetaan vakuutetun eläessä jatkuvasti intensiteetillä $\bar{P}(t)$ hetkellä $t, \forall t \in [0, n]$. Olkoon korkoutuvuus δ vakio, kuolevuus μ jatkuva ja vakuutettu x -ikäinen. Olkoon $V(t)$ elossa olevaa vakuutettua koskeva vastuuvelka hetkellä $t \in [0, n]$. Määrää sellainen ekvivalenssiperiaatteen mukainen maksuintensiteetti $\bar{P}(t), t \in [0, n]$, että $V(t) = C$ (=vakio), $\forall t \in [0, n]$. Määrää myös C .