

## Henkivakuutusmatematiikan laskuharjoitus 2, 18.9.2008

1. Olkoon vuosikorko  $i > 0$ , lainan määrä  $L$  ja laina-aika  $2n$  vuotta ( $n \in \mathbf{N}$ ). Lainasta maksetaan  $n$ :n ensimmäisen vuoden aikana kunkin vuoden lopussa korot ja sen jälkeen laina kuoletetaan tasa-erinä (annuiteettina) vuosittain takakäteisesti. Määrää vuosittaiset maksuerien suuruudet.
2. Oletetaan, että edellisen tehtävän laina muutetaan ekvivalenssiperiaatteen mukaisesti siten, että  $k$ :n erän suorittamisen jälkeen jäljellä oleva laina maksetaan korkoineen  $m$ :ssä vuodessa vuosittaisena takakäteisenä annuiteettina ( $k = 1, 2, \dots, 2n-1$ ). Määrää tulevien erien suuruudet.
3. Tarkastellaan investointia

$$-L(t_0), \dots, -L(t_k), P(t_{k+1}), \dots, P(t_n),$$

missä  $L(t_j) > 0, j = 0, \dots, k, P(t_j) > 0, j = k+1, \dots, n$  ja  $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_n$ . Olkoon sisäinen korko  $i^*$  ja yleinen korkotaso  $i > -1$ . Osoita, että seuraavat investoinnin hyväksymiskriteerit ovat ekvivalentit:

- a) investointi hyväksytään, jos  $i^* > i$
- b) investointi hyväksytään, jos korkoa  $i$  vastaava investoinnin nettonykyarvo on positiivinen.

4. Kahteen investointivaihtoehtoon (I) ja (II) hetkinä 0, 1, 2 ja 3 liittyvät kassavirrat ovat

$$(I) \quad B(0) = -10, B(1) = 0, \quad B(2) = 6, B(3) = 8$$

$$(II) \quad B(0) = -9, B(1) = 10, B(2) = 0, B(3) = 0.$$

Kumpi vaihtoehto on kannattavampi, kun kriteerinä käytetään sisäistä korkoa.

5. Tarkastellaan  $n$ :n vuoden lainasopimusta, jossa laina  $L$  saadaan hetkellä nolla. Vuosikorko on vakio  $i > 0$ . Lainaa maksetaan takaisin  $m$  erässä hetkinä  $n/m, 2n/m, \dots, n$  siten, että kukin erä sisältää syntyneen koron sekä lyhennyksenä määrän  $L/m$ . Okoon  $u \in (0, n)$  kiinteä ja

$$u_m = \max\{k; k \in \mathbf{N}, kn/m \leq u\}$$

sekä  $B(u_m n/m)$  hetkellä  $u_m n/m$  tapahtuva suoritus. Määrää

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \frac{m}{n} B(u_m n/m).$$