

## Henkivakuutusmatematiikan laskuharjoitus 1, 11.9.2008

1. Olkoon vuosikorko  $i$  positiivinen,  $i^{(m)}$   $m$ . osavuoden nimelliskorko ja  $\delta$  korkoutuvuus. Osoita lähtien luentojen kaavasta (2.2), että

$$\lim_{m \rightarrow \infty} i^{(m)} = \log(1 + i).$$

2. Olkoon vuosikorko  $i$  positiivinen. Osoita, että  $m$ . osavuoden nimelliskorko on vähenevä  $m : n$  funktio ( $m \in \mathbf{N}$ ).

3. Olkoon vuosikorko  $i$  positiivinen ja  $T \in \mathbf{N}$ . Olkoon  $B(j) > 0$  hetkellä  $j$  tapahtuva suoritus,  $j = 1, \dots, T$ . Määritellään kassavirran  $B(1), \dots, B(T)$  *duraatio*  $D(i)$  ehdosta

$$D(i) = \frac{\sum_{j=1}^T \frac{jB(j)}{(1+i)^j}}{\sum_{j=1}^T \frac{B(j)}{(1+i)^j}}.$$

Olkoon erityisesti  $B(j) = A, j = 1, \dots, T$ , missä  $A$  on positiivinen vakio. Todista, että tällöin

$$D(i) = \frac{1+i}{i} - \frac{T}{(1+i)^T - 1}.$$

4. Olkoon vuosikorko  $i$  positiivinen ja  $n \in \mathbf{N}$ . Talletetaan pankkitilille määrä  $B(k)$  hetkellä  $k, k = 0, 1, \dots, n$ . Olkoon  $V(k)$  tilin saldo hetkellä  $k$  juuri ennen talletusta  $B(k)$ , kun korko määräytyy korkoa korolle -periaatteen mukaisesti.

Olkoon  $\alpha > i$  ja  $C > 0$ . Määrää talletukset  $\{B(k); k = 0, 1, \dots, n-1\}$  siten, että  $V(k) = C(1+\alpha)^k, k = 1, 2, \dots, n$ .

5. Vuosittain takakäteisesti maksettavan annuiteettilainan vuosikorko on 3 prosenttia ja laina-aika 30 vuotta. Ensimmäisen suorituksen jälkeen korko nousee 4 prosenttiin. Vuosisuoritukset muutetaan ekvivalenssiperiaatteen mukaisesti vastaamaan uutta korkoa. Laina säilytytään annuiteettimuotoisena eikä maksuaikaa muuteta. Montako prosenttia vuosisuoritukset nousevat.