Osittaisdifferentiaaliyhtälöt

Harjoitus 7, kevät 2009

1. Määrää ongelman

$$u_t = 17u_{xx}, \quad 0 < x < \pi,\ t > 0,$$
$$u(0,t) = u(\pi,t) = 0, \quad t \geq 0,$$
$$u(x,0) = \chi_{[0,\pi/2]}(x),\ 0 < x < \pi,$$

formaali ratkaisu, eli ratkaisun Fourier-sarja kehitelmä ilman konvergenssi tarkasteluja.

2. Määrää ongelman

$$u_{tt} = u_{xx}, \quad 0 < x < \pi,\ t > 0,$$
$$u(0,t) = u(\pi,t) = 0, \quad t \geq 0,$$
$$u(x,0) = \sin^3(x), \quad u_t(x,0) = \sin(2x), \quad 0 \leq x \leq \pi,$$

formaali ratkaisu.

3. Onko edellisen tehtävän ratkaisu klassinen?

4. Käyttäen muuttujien separointia, määrää *Neumann–onglman*

$$u_t = ku_{xx}, \quad 0 < x < L,\ t > 0,$$
$$u_x(0,t) = u_x(L,t) = 0, \quad t \geq 0,$$
$$u(x,0) = f(x), \quad 0 \leq x \leq \pi.$$

formaali ratkaisu samaan tapaan kuin luennoilla tehtiin *Dirichlet–reunaehdoille* $u(0.t) = u(L,t) = 0$. Yllä k on positiivinen vakio.

5. Ratkaise ongelma

$$u_t = 12u_{xx}, \quad 0 < x < \pi,\ t > 0,$$
$$u_x(0,t) = u_x(\pi,t) = 0, \quad t \geq 0,$$
$$u(x,0) = 1 + \sin^3(x), \quad 0 \leq x \leq \pi.$$

6. Jatkoa edelliseen tehtävään: määrää ratkaisulle raja–arvo

$$\lim_{t\to\infty} u(x,t), \quad 0 < x < \pi.$$

Osaatko selittää tämän?