

Algebra II
Harjoitus 2

1. Olkoon $R = R_{n,m}$ kuten sivun 19 tehtävässä 2, E tekijämonoidi \mathbb{N}/R , F monoidi ja $f : E \rightarrow F$ monoidihomomorfismi. Oletetaan, että $f(n/R)$:llä on käänteisalkio F :ssä. Näytä, että jos $x \equiv y \pmod{m}$, $x, y \in \mathbb{N}$, niin $f(x/R) = f(y/R)$. (Erityisesti, jos $n > 0$, niin f ei ole injektio.)

Sivu 28: Tehtävät 3 ja 4.

Sivu 35: Tehtävät 1 ja 2.

6. Olkoon H ryhmän G aliryhmä. Näytä ensin, että seuraavat ehdot ovat yhtäpitäviä:

(i) H on G :n normaali aliryhmä.

(ii) Kaikilla $x, y \in G$, jos $xH = yH$ niin $x^{-1}H = y^{-1}H$.

Ja lopuksi päättele tästä, että jos $(G : H) = 2$, niin H on G :n normaali aliryhmä.