

1. Olkoon V vektoriavaruus. Todistettava: jos $U \subset V$ ja $W \subset V$ ovat V :n aliavaruuksia, niin myös leikkaus $U \cap W$ on V :n aliavaruus.
2. Muodosta sellaiset \mathbb{R}^2 :n aliavaruudet U ja W , että unioni $U \cup W$ ei ole \mathbb{R}^2 :n aliavaruus.

3. Olkoon

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 1 & 4 & 4 \end{bmatrix}.$$

Muodosta kanta avaruuksille $\text{row}(A)$, $\text{col}(A)$ ja $\text{null}(A)$.

4. Olkoon

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Muodosta kanta avaruuksille $\text{row}(A)$, $\text{col}(A)$ ja $\text{null}(A)$.

5. Olkoon A matriisi kokoa 4×2 .

- (a) Selitä, miksi A :n rivit ovat välttämättä lineaarisesti riippuvat.
- (b) Mitkä ovat A :n nolliteetin mahdolliset arvot?

6. Muodostavatko vektorit

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

avaruuden \mathbb{R}^4 kannan? Perustelee.