

Differentialekvationer I

Räkneövning 5, höstterminen 2008

1. Antag att påssjuka, röda hund och mässling sprider sig enligt SIR-modellen och att sjukdomarna i medeltal räcker två veckor. Man har empiriskt visat att R_0 för dessa sjukdomar är 18 (påssjuka), 7 (röda hund), ja 17 (mässling). Vi betraktar en population där en persons medellivslängd är 85 år och där en andel p av alla nyfödda vaccineras mot nämnda sjukdomar. Hur stor bör vaccineringstäckningen p vara för att sjukdomarna skall elimineras? Beräkna medelåldern då man insjuknar då (a) ingen vaccineras, (b) vaccineringstäckningen inte är tillräcklig för att eliminera sjukdomen.

2. (a) Lös begynnelsevärdesproblemet

$$\frac{dx}{dt} = 30x(1 - x), \quad x(0) = 0.2$$

exakt samt evaluera lösningen i punkterna $t = 0.1, 0.2, 0.3$ och 0.4 .

- (b) Lös problemet i (a)-fallet numeriskt med Eulers metod och steglängden $h = 0.1$. Jämför resultatet med (a)-fallets exakta lösning.

3. Lös begynnelsevärdesproblemet

$$\frac{dy}{dx} = y\sqrt{1 - y}, \quad y(0) = 0.5$$

numeriskt med hjälp av Eulers metod.

4. Undersök det diskreta dynamiska systemets

$$x_{n+1} = \mu x_n(1 - x_n)$$

beteende för följande värden på parametern μ : (a) $\mu = 3.1$, (b) $\mu = 3.5$, (c) $\mu = 3.7$ ja (d) $\mu = 3.835$.