Differentialekvationer I

Räkneövning 2, höstterminen 2008

1. Visa att om
$$\frac{1}{M(x,y)}\left(\frac{\partial}{\partial y}M(x,y)-\frac{\partial}{\partial x}N(x,y)\right)$$
är en funktion av enbart y så har ekvationen
$$M(x,y)+N(x,y)y'=0$$
en integrerande faktor $\mu(y)$ som också beror på enbart y.

2. Lös ekvationen
$$y+\left(2y^3-x\right)y'=0$$
med hjälp av resultatet i föregående uppgift.

3. Bestäm den allmänna lösningen till följande ekvationer (Här är$' = \frac{d}{dx}$):

   (a) $y'+2xy=2xe^{-x^2}$,

   (b) $(1+x^2)\,y'-2xy=(1+x^2)^2$,

   (c) $y'\sin x-y=1-\cos x$.

4. Lös följande begynnelsevärdesproblem.

   (a) $xy'+2y=x^3;\quad y(1)=1$,

   (b) $y'+y\cos x=\sin x\cos x;\quad y(0)=1$.

5. Ekvationen
$$y'+P(x)y=(x+1)^2e^x$$
har
$$y=\left(x^2-1\right)e^x.$$
som partikulärlösning. Bestäm den allmänna lösningen.

6. Bestäm ekavationens
$$\frac{dy}{dx}=\frac{x+y}{x-y}$$
allmänna lösning.

7. Lös Bernoullis ekvation
$$y'+2xy+xy^4=0.$$