

Tarkastellaan neljän operaattorin matkapuhelinmarkkinoita. (Operaattorien nimet on muutettu, eikä tehtävässä esitetyllä taloudellisella datalla ole yhteyttä reaali-maailmaan.) Merkitään vaakavektorilla $x = [x_1, x_2, x_3, x_4]$ markkinaosuuksia seuraavasti:

$$\begin{aligned}x_1 &= \text{TNT:n markkinaosuus,} \\x_2 &= \text{Tomeran markkinaosuus,} \\x_3 &= \text{Kaviolinjan markkinaosuus,} \\x_4 &= \text{Orangin markkinaosuus.}\end{aligned}$$

Jokainen x :n komponentti toteuttaa $0 \leq x_j \leq 1$, ja lisäksi pätee $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1$, koska nämä neljä yhtiötä kattavat koko markkinan.

Oletetaan nyt, että kunakin päivänä

- TNT:n asiakas vaihtaa Tomeralle todennäköisyydellä $\frac{1}{2}$, Kaviolinjalle todennäköisyydellä $\frac{1}{3}$ ja Orangille todennäköisyydellä $\frac{1}{6}$.
- Tomeran asiakas vaihtaa TNT:lle todennäköisyydellä 0, Kaviolinjalle todennäköisyydellä $\frac{1}{4}$ ja Orangille todennäköisyydellä $\frac{1}{4}$. Siten asiakas pysyy Tomeralla todennäköisyydellä $\frac{1}{2}$.
- Kaviolinjan asiakas vaihtaa TNT:lle todennäköisyydellä $\frac{1}{4}$, Tomeralle todennäköisyydellä $\frac{1}{4}$ ja Orangille todennäköisyydellä $\frac{1}{4}$. Asiakas pysyy Kaviolinjalla todennäköisyydellä $\frac{1}{4}$.
- Orangin asiakas vaihtaa TNT:lle todennäköisyydellä $\frac{1}{10}$ ja pysyy Orangilla todennäköisyydellä $\frac{9}{10}$.

Määritellään todennäköisyydet p_{ij} seuraavasti:

$$p_{ij} = \text{todennäköisyys vaihtaa operaattorista } i \text{ operaattoriin } j.$$

Kokoa Matlabissa matriisi $P = [p_{ij}]$. Tarkista Matlabilla, että kunkin rivin alkioden summa on yksi (käytä transpoosia ja komentoa `sum`). Tällaista matriisia kutsutaan *stokastiseksi*.

Oletetaan, että eräänä päivänä markkinaosuuksiksi mitataan $x^{(0)} = [\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}]$, eli kaikilla yhtiöillä on saman verran asiakkaita. Tällöin voimme laskea seuraavan päivän markkinaosuudet kaavalla

$$x^{(1)} = x^{(0)}P.$$

(Miksi?) Edelleen, markkinatilanne kahden päivän kuluttua on $x^{(2)} = x^{(1)}P = x^{(0)}PP$, ja n :n päivän kuluttua siis $x^{(2)} = x^{(1)}P = x^{(0)}P^n$. Laske Matlabilla jonon

$$x^{(0)}, x^{(1)}, x^{(2)}, x^{(3)}, \dots$$

jäseniä. Mitä huomaat? (Kokeile komentoa `format long`, niin näet useamman merkitsevän numeron.)

Tutki markkinaosuuksien kehitystä myös alkuarvolla $x^{(0)} = [0, 1, 0, 0]$, jossa kaikki asiakkaat ovat Tomeralla. Vertaa lopputuloksia kahden kuukauden päästä kummallakin alkuarvolla.