

1. Määrää seuraavien yhtälöiden ratkaisujoukot.

$$(a) 2x_1 + 3x_2 = 5, \quad (b) 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 1.$$

2. Olkoon $k \neq 0$. Tarkastellaan kahden yhtälön systeemiä

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2. \end{aligned}$$

- (a) Näytä, että alkeisrivioperaatio kR_1 johtaa ekvivalenttiin systeemiin.
(b) Näytä, että alkeisrivioperaatio $R_2 + kR_1$ johtaa ekvivalenttiin systeemiin.

(Kaksi systeemiä ovat ekvivalentit jos niiden ratkaisujoukot ovat samat.)

3. Mitkä seuraavista matriiseista ovat pelkistetyssä porrasmuodossa? Perustele.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4. Muunna seuraava matriisi pelkistettyyn porrasmuotoon käyttämällä alkeisrivioperaatioita.

$$\begin{bmatrix} -2 & -4 & 7 \\ -3 & -6 & 10 \\ 1 & 2 & -3 \end{bmatrix}$$

5. Ratkaise seuraava yhtälöryhmä käyttämällä Gaussin-Jordanin eliminaatiota.

$$\begin{aligned} 2w + 3x - y + 4z &= 0 \\ 3w - x + z &= 1 \\ 3w - 4x + y - z &= 2 \end{aligned}$$

6. Näytä, että matriisit A ja B ovat riviekvivalentit:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 3 & 5 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Esitä todistuksessa tarvittavat alkeisrivioperaatiot.