



# **Galaksit ja kosmologia**

## **FYS2052, 5 op, syksy 2023**

E207 Physicum

### **Luento 14: Kertausluento, 11/12/2023**



## Loppuentti 18.12 klo 9-13 Sali E207 Physicum

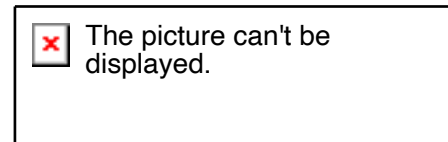
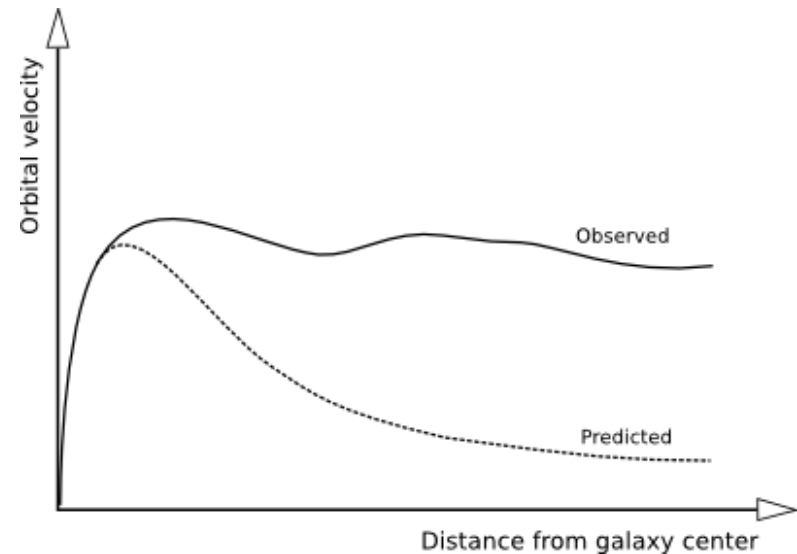
---

- Tentissä on 5 tehtävää, joista voi saada yhteensä 30 pistettä. Laskuharjoitusten maksimi-pluspistemäärä on 6 pistettä.
- Tentissä tulee olemaan todennäköisesti kaksi kirjallista tehtävää ja kolme laskutehtävää, yksi laskutehtävistä perustuu enemmän tai vähemmän suoraan laskuharjoitustehtävään. **Kynä ja laskin mukaan.**
- Tentissä jaetaan kaavakokoelma, joten pitkiä kaavoja ja johtoja ei tarvitse osata ulkoa.
- Tentin kannalta on tärkeintä hallita ja ymmärtää käsitteet ja fysikaaliset ilmiöt. Muistakaa aina myös tarkistaa, että tulokset ovat järkeviä ja fysikaalisia.
- Ensi viikon tentti on kurssin ensisijainen suoritustapa, varalla on myös laitostenttipäivät ensi vuoden puolella: 19.1.2024 ja 16.2.2024.



# 1. Pimeä aine galakseissa

- Vera Rubinin havainnot 1970-luvun alussa osoittivat, että galaksien pyörimiskäyrät eivät laske samaan tahtiin valovoimaisen (näkyvän) aineen kanssa. Sen sijaan laakea pyörimiskäyrä  $\rightarrow M \propto R \rightarrow$  pimeää ainetta, määrä kasvaa suurilla  $R$ .
- Samoihin aikoihin Jerry Ostrikerin tietokone-simulaatiot Princetonissa osoittivat, että kiekkomaiset spiraaligalaksit ovat epästabiileja, mikäli niitä ei ympäröi laaja pimeän aineen halo.



$$V_{\text{circ}} = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$



# Hertzsprung-Russell -diagramma

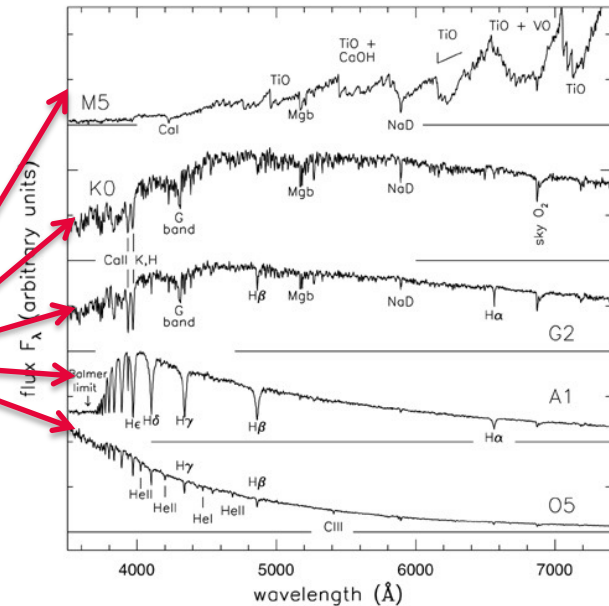
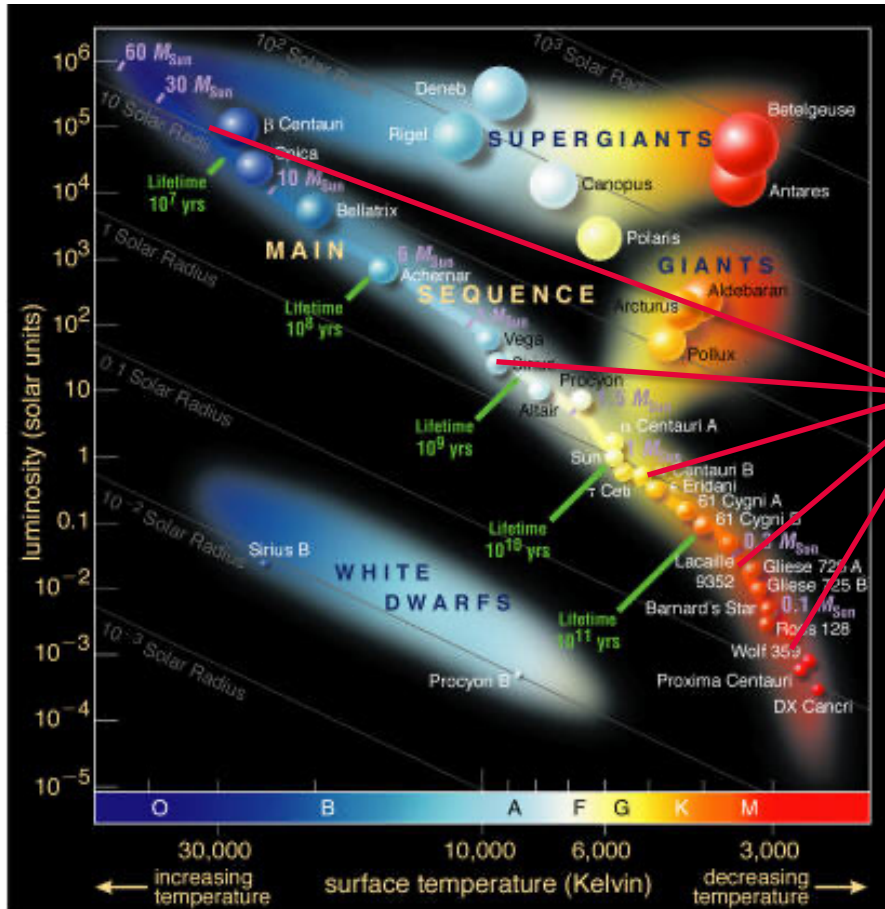


Fig 1.1 'Galaxies in the Universe' Sparke/Gallagher CUP 2007

- Galaksien yhteenlaskettu valo riippuu tähtien valovoimasta tietyssä kehitysvaiheessa ja siitä kuinka kauan vaihe kestää.





# Mitkä tähdet dominoivat galaksien massaa ja valoa

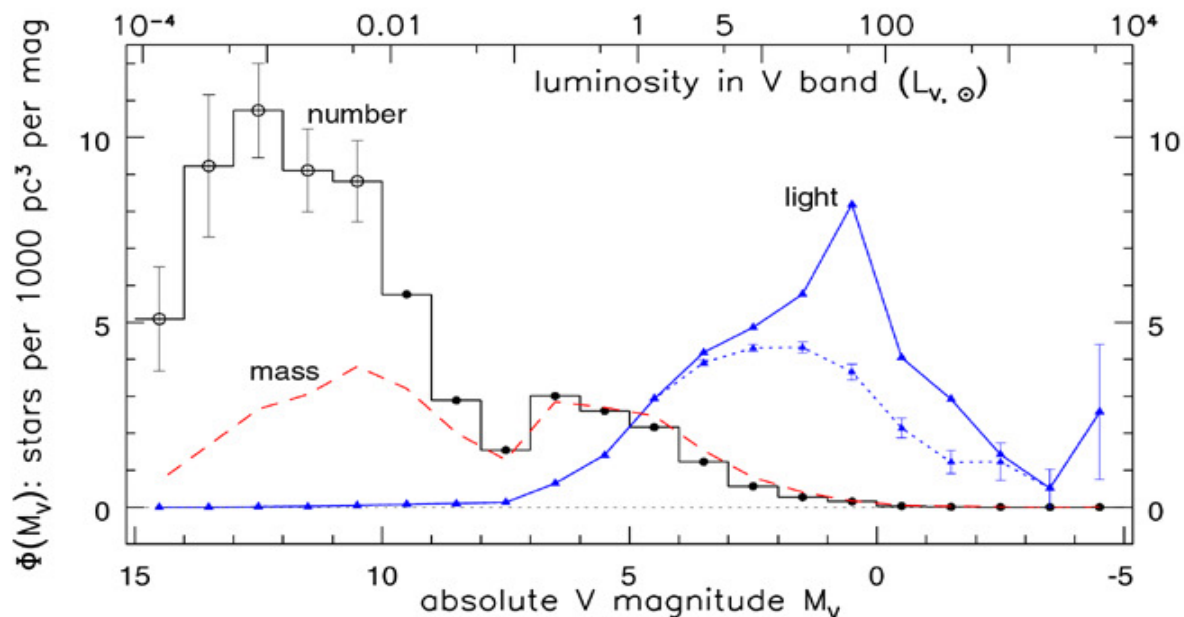


Fig 2.3 'Galaxies in the Universe' Sparke/Gallagher CUP 2007

- Suurin osa galaksien (Linnunrata) valosta tulee kirkkaista A- ja F-tyypin tähdistä, sekä K-jättiläisistä. Melkein kaikki massa on K- ja M-kääpiöissä jotka ovat erittäin heikkovaloisia.



# Galaksien luminositeetit

- Galaksien luminositeetit vaihtelevat välillä  $10^4 L_{\odot}$  (heikoimmat kääpiöt) ja  $10^{12} L_{\odot}$  välillä (kirkkaimmat jättiläisgalaksit, jotka sijaitsevat galaksien joukkojen ytimissä).
- Galaksien luminositetteja voidaan kuvata useamman kertaluvun yli empiirisellä Schechter funktiolla, joka on polynomifunktion ja eksponenttifunktion tulo:

$$\phi(L)dL = \phi^* \left( \frac{L}{L^*} \right)^{\alpha} e^{-(L/L^*)} \frac{dL}{L^*}$$

$$\Phi_* \simeq 4.9 \times 10^{-3} h^3 \text{ Mpc}^{-3}, \quad \alpha = -1.1, \quad L_* \simeq 2.9 \times 10^{10} h^{-2} L_{\odot}$$

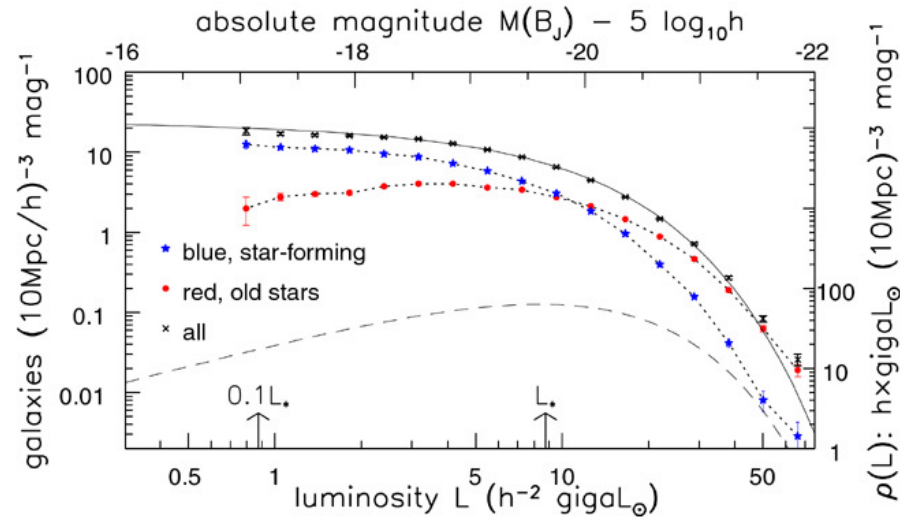


Fig 1.16 'Galaxies in the Universe' Sparke/Gallagher CUP 2007

'Vakioiden'  $\Phi_*$ ,  $\alpha$  ja  $L_*$  arvot riippuvat aallonpituudesta.

## 2. Galaksin rakenneosat ja määritelmä

Koko galaksi sijaitsee suuren **pimeän aineen halon sisällä** joka on ~100-200 kpc kokoinen (galaksi ~10 kpc) ja jonka massa on tyypillisesti noin 20-40 kertaa suurempi kuin galaksin yhteenlaskettu näkyvä tähti- ja kaasumassa.

**Galaksin määritelmä:** Suuri tähdistä, kaasusta ja pölystä muodostunut järjestelmä joka sijaitsee pimeän aineen halossa.

Galaksin keskeltä löytyy yleensä **keskuspullistuma** joka koostuu tyypillisesti **vanhoista tähdistä**.

Galaksin **kiekk**o on litteä rakennelma, jossa on **kaasua ja nuoria tähtiä**.

Galaksin **halossa** on hyvin **vanhoja tähtiä** sekä pallomaisia tähti-joukkoja.

Galaksin **ytimessä** on yleensä **supermassiivien musta aukko**.

Copyright © 2008 Pearson Education, Inc., publishing as Pearson Addison-Wesley



# Hubblen klassinen galaksiluokittelu

## Edwin Hubble's Classification Scheme

### Ellipticals

E0 E3 E5 E7 S0

### Spirals

Sa

Sb

Sc

SBa

SBb

SBc

Varhaisen tyypin ja myöhäisen tyypin galaksit.

- Alkuperäinen Hubblen luokittelu perustuu puhtaasti galaksien havaittuun optiseen morfologiaan.
- Galaksit jaetaan elliptisiin (E), linssimäisiin (S0), spiraaleihin (normaalit S sekä sauvaspiraalit SB) sekä epäsäännöllisiin (Irr) galakseihin.



# Laajennettu Hubble'n luokittelu

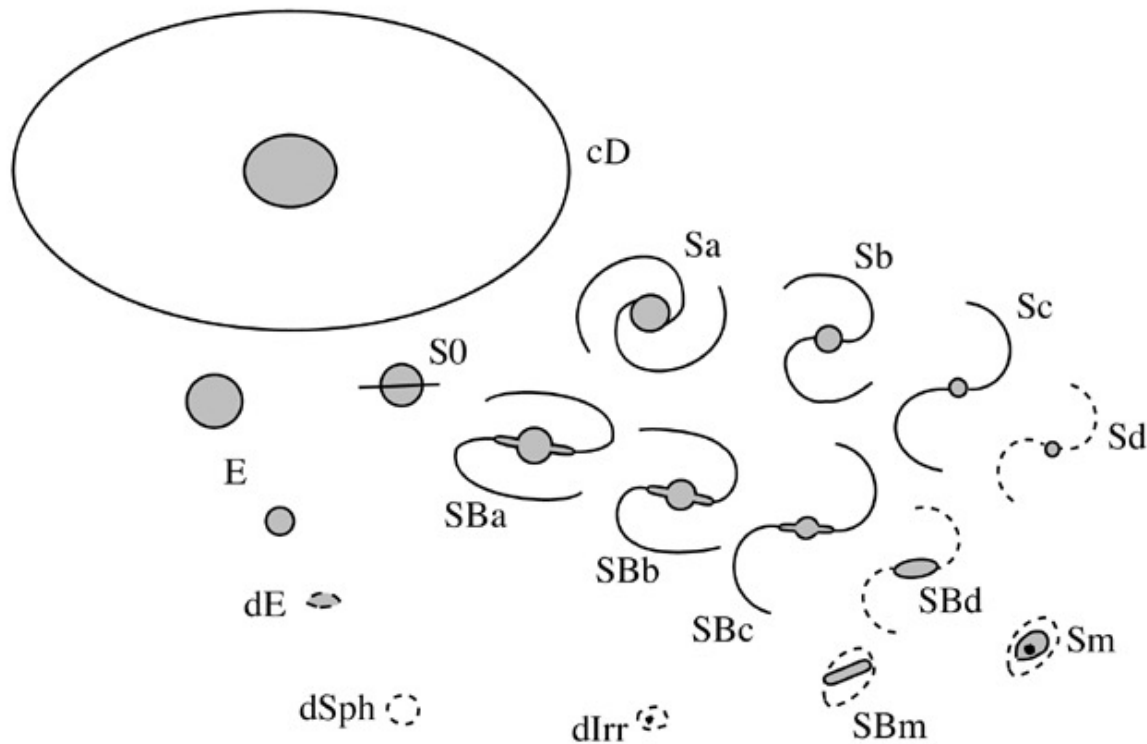


Fig 1.11 'Galaxies in the Universe' Sparke/Gallagher CUP 2007



# Morfologian riippuvuus ympäristöstä

- Ympäristön keskitiheys vaikuttaa voimakkaasti galaksien morfologiaan. Suurissa galaksijoukoissa (suuri tiheys) on lähes yksinomaan ellipti- ja S0-galakseja.
- Kiekkogalaksit ja epäsäännölliset galaksit viihtyvät pienissä galaksiryhmissä (pieni tiheys) tai niiden välissä, esim. paikallisesta ryhmästä ei löydy yhtään massiivista E-galaksia.

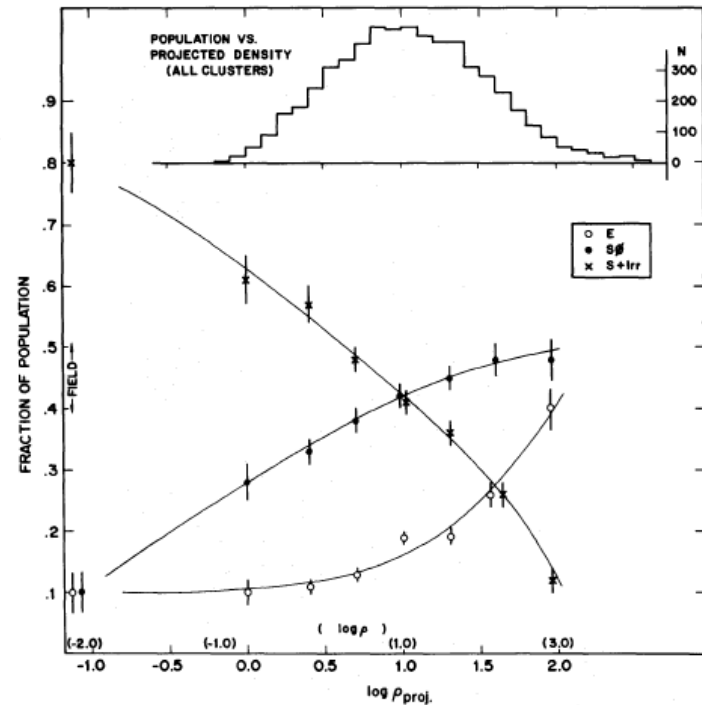


FIG. 4.—The fraction of E, S0, and S+I galaxies as a function of the log of the projected density, in galaxies  $\text{Mpc}^{-2}$ . The data shown are for all cluster galaxies in the sample and for the field. Also shown is an estimated scale of true space density in galaxies  $\text{Mpc}^{-3}$ . The upper histogram shows the number distribution of the galaxies over the bins of projected density.

Butcher-Oemler effect



### 3. Poissonin yhtälön johto

- Lasketaan painovoiman vuo pallomaisen suljetun pinnan läpi:

$$\begin{aligned}\oint_{\partial V} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{A} &= \oint_{\partial V} -\frac{GM}{r^2} \mathbf{e}_r \cdot d\mathbf{A} \\ &= -\frac{GM}{r^2} \oint_{\partial V} dA \\ &= -G4\pi M\end{aligned}$$

- Sitten käytetään divergenssiteoreemaa:  $\oint_{\partial V} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{A} = \int_V \nabla \cdot \mathbf{F} dV$
- Käyttämällä hyväksi määritelmiä  $\mathbf{F} = -\nabla\Phi$  ja  $M = \int \rho dV$  päädytään:

$$\nabla^2 \phi = 4\pi \rho G$$



# Viriaalteoreeman johto I

- Tähdet ovat tähtijoukossa kiihtyvässä liikkeessä:

$$\frac{d}{dt}(m_\alpha \mathbf{v}_\alpha) = - \sum_{\beta, \alpha \neq \beta} \frac{Gm_\alpha m_\beta}{|\mathbf{x}_\alpha - \mathbf{x}_\beta|^3} (\mathbf{x}_\alpha - \mathbf{x}_\beta)$$

- Viriaalteoreema kertoo miten keskimäärin kineettinen ja potentiaali-energiat ovat tasapainossa. Lisätään ulkoinen voima  $\mathbf{F}_{\text{ext}}$  ja otetaan pistetulot  $\mathbf{x}_\alpha$  ja  $\mathbf{x}_\beta$  kanssa.

$$\sum_{\alpha} \frac{d}{dt}(m_\alpha \mathbf{v}_\alpha) \cdot \mathbf{x}_\alpha = - \sum_{\alpha, \beta, \alpha \neq \beta} \frac{Gm_\alpha m_\beta}{|\mathbf{x}_\alpha - \mathbf{x}_\beta|^3} (\mathbf{x}_\alpha - \mathbf{x}_\beta) \cdot \mathbf{x}_\alpha + \sum_{\alpha} \mathbf{F}_{\text{ext}}^\alpha \cdot \mathbf{x}_\alpha$$

$$\sum_{\beta} \frac{d}{dt}(m_\beta \mathbf{v}_\beta) \cdot \mathbf{x}_\beta = - \sum_{\alpha, \beta, \alpha \neq \beta} \frac{Gm_\alpha m_\beta}{|\mathbf{x}_\alpha - \mathbf{x}_\beta|^3} (\mathbf{x}_\beta - \mathbf{x}_\alpha) \cdot \mathbf{x}_\beta + \sum_{\beta} \mathbf{F}_{\text{ext}}^\beta \cdot \mathbf{x}_\beta$$





# Viriaalteoreeman johto I

- Näiden kahden yhtälön vasen puoli on sama:

$$\frac{1}{2} \sum_{\alpha} \frac{d^2}{dt^2} (m_{\alpha} \mathbf{x}_{\alpha} \cdot \mathbf{x}_{\alpha}) - \sum_{\alpha} m_{\alpha} \mathbf{v}_{\alpha} \cdot \mathbf{v}_{\alpha} = \frac{1}{2} \frac{d^2 I}{dt^2} - 2E_k$$

- Tässä on määritelty hitausmomentti:  $I = \sum_{\alpha} m_{\alpha} \mathbf{x}_{\alpha} \cdot \mathbf{x}_{\alpha}$

- Käyttämällä hyväksi potentiaalienergian määritelmää:

$$E_p = -\frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta, \alpha \neq \beta} \frac{G m_{\alpha} m_{\beta}}{|\mathbf{x}_{\alpha} - \mathbf{x}_{\beta}|} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha} m_{\alpha} \Phi(\mathbf{x}_{\alpha})$$

- ja ottamalla keskiarvo kaikkien tähtien yli huomataan että edellisen sivun yhtälön oikean puolen ensimmäinen tekijä on potentiaalienergia.

$$\frac{1}{2} \frac{d^2 I}{dt^2} - 2E_k = E_p + \sum_{\alpha} \mathbf{F}_{\text{ext}}^{\alpha} \cdot \mathbf{x}_{\alpha}$$



## Viriaalteoreeman johto III

- Ottamalla keskiarvo tästä yhtälöstä aikavälillä  $0 < t < \tau$  päädytään:

$$\frac{1}{2\tau} \left[ \frac{dI}{dt}(\tau) - \frac{dI}{dt}(0) \right] = 2\langle E_k \rangle + \langle E_p \rangle + \left\langle \sum_{\alpha} \mathbf{F}_{\text{ext}}^{\alpha} \cdot \mathbf{x}_{\alpha} \right\rangle$$

- Niin kauan kun tähdet ovat sidottuja joukkoon tulo  $|\mathbf{x}_{\alpha} \cdot \mathbf{x}_{\alpha}|$  ja siis  $|dI/dt|$  eivät kasva äärettömän suureksi, ja kun  $\tau \rightarrow \infty$ , yhtälön vasen puoli  $\rightarrow 0$ .

$$2\langle E_k \rangle + \langle E_p \rangle + \left\langle \sum_{\alpha} \mathbf{F}_{\text{ext}}^{\alpha} \cdot \mathbf{x}_{\alpha} \right\rangle = 0$$

- Tämä on viriaalteoreema. Dynamiikan tärkeimpiä tuloksia.



# Kahden kappaleen vuorovaikutukset

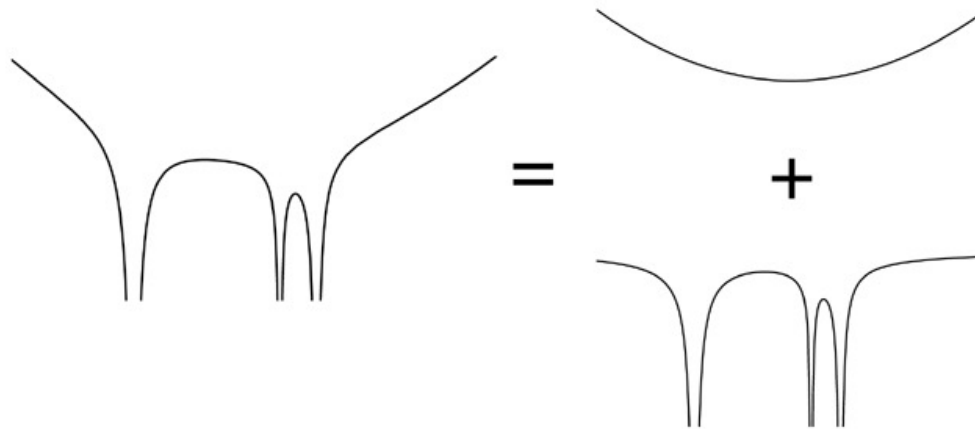


Fig 3.3 'Galaxies in the Universe' Sparke/Gallagher CUP 2007

- Galaksin painovoimapotentiaali on kahden komponentin summa, sileän yhteiskomponentin joka on keskiarvo monen tähden potentiaalista sekä yksittäisten tähtien aiheuttamista syvistä potentiaalikuopista.
- Tähtien liikkeissä galaksissa yhteiskomponentti on tärkeämpi!



# Vahvat vuorovaikutukset

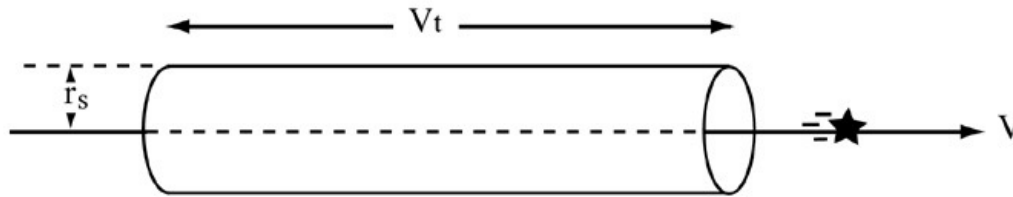


Fig 3.4 'Galaxies in the Universe' Sparke/Gallagher CUP2007

- Vahvassa vuorovaikutuksessa tähtien potentiaalienergia muuttuu vähintään yhtä paljon kuin tähtien alkuperäiset kineettiset energiat:
- $r_s = 1 \text{ AU}$  ( $V \approx 30 \text{ km/s}$  ja  $m = 0.5 M_\odot$ ).  $\frac{Gm^2}{r} \gtrsim \frac{mV^2}{2}$ ,  $r \lesssim r_s = \frac{2Gm}{V^2}$
- Tähti liikkuu tilavuuden  $V = \pi r_s^2 Vt$  läpi ja jos tähtitiheys on  $n$  törmäyksiä tapahtuu keskimäärin hyvin harvoin, ajassa  $n\pi r_s^2 Vt = 1$

$$t_s = \frac{V^3}{4\pi G^2 m^2 n} \approx 4 \times 10^{12} \text{ yr} \left( \frac{V}{10 \text{ kms}^{-1}} \right)^3 \left( \frac{m}{M_\odot} \right)^{-2} \left( \frac{n}{1 \text{ pc}^{-3}} \right)^{-1}$$



# Heikot kaukaiset vuorovaikutukset I

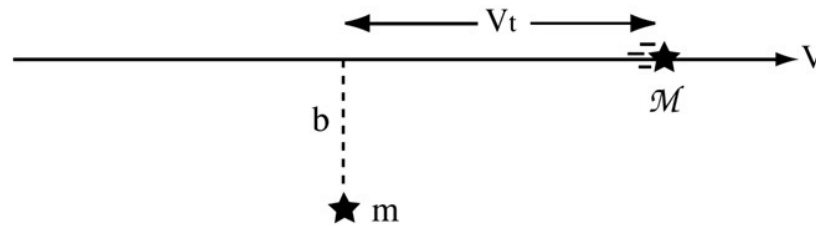


Fig 3.5 'Galaxies in the Universe' Sparke/Gallagher CUP 2007

- Heikoissa kaukaisissa vuorovaikutuksissa tähden liike muuttuu hyvin vähän ja voimme käyttää impulssiapproksimaatiota:

$$\mathbf{F}_{\perp} = \frac{GmMb}{(b^2 + V^2t^2)^{3/2}} = M \frac{dV_{\perp}}{dt} \Rightarrow \Delta V_{\perp} = \frac{1}{M} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{F}_{\perp}(t) dt = \frac{2Gm}{bV}$$

- Mitä nopeammin tähti liikkuu sitä pienempi vaikutus nopeuden muutoksella on. Rata muuttuu kulman  $\alpha$  verran:
 
$$\alpha = \frac{\Delta V_{\perp}}{V} = \frac{2Gm}{bV^2}$$



# Relaksaatio-aika

- Tietyn ajan jälkeen pystysuoran nopeuden muutos on yhtä suuri kuin alkuperäinen nopeus ja tähden alkuperäisen radan “muisti” on kadonnut. Tämä aikaskaala on **relaksaatio-aika**:

$$t_{\text{relax}} = \frac{V^3}{8\pi G^2 m^2 n \ln \Lambda} = \frac{t_s}{2 \ln \Lambda}$$
$$\approx \frac{2 \times 10^9 \text{ yr}}{\ln \Lambda} \left( \frac{V}{10 \text{ kms}^{-1}} \right)^3 \left( \frac{m}{M_{\odot}} \right)^{-2} \left( \frac{n}{10^3 \text{ pc}^{-3}} \right)^{-1}$$

- Olemme määritelleet  $\Lambda = (b_{\text{max}}/b_{\text{min}})$ , missä  $b_{\text{min}} = r_s = 1 \text{ AU}$  ja  $b_{\text{max}} = 300 \text{ pc} - 30 \text{ kpc}$  (koko systeemin koko), eli  $\ln \Lambda = 18 - 22$ .
- Auringolle  $t_{\text{relax}} \approx 10^{13}$  vuotta, eli tähdet liikkuvat sileässä yhteiskomponentin potentiaalissa.



## 4. Relaksaatio-aika ja kappaleiden lukumäärä

- Lasketaan relaksaatio-aika systeemille joka koostuu  $N$  kappaleesta käyttäen viriaaliteoreemaa:

$$\frac{1}{2}NmV^2 \sim \frac{G(Nm)^2}{2R} \quad \Lambda = \frac{R}{r_s} \sim \frac{GmN}{V^2} \cdot \frac{V^2}{2Gm} \sim \frac{N}{2}$$

- Dynaaminen aikaskaala jossa tähti kulkee systeemin poikki on  $t_{\text{cross}} \approx R/V$  ja  $N=4n\pi R^3/3$ :

$$\frac{t_{\text{relax}}}{t_{\text{cross}}} \sim \frac{V^4 R^2}{NG^2 m^2 \ln \Lambda} \sim \frac{N}{6 \ln(N/2)}$$

- Galakseissa jossa on  $N \approx 10^{11}$  tähteä relaksaatio on tärkeätä vain  $10^8$  dynaamisen aikaskaalan jälkeen, pallomaisissa tähtijoukoissa  $N \approx 10^6$ , joten relaksaatio on tärkeämpi.



# Tähtien liike episykleinä I

- Tähdille jotka kiertävät lähes ympyrärataa voimme kehittää efektiivisen potentiaalin Taylor sarjana:

$$\Phi_{\text{eff}} = \Phi_{\text{eff}}(R_g, 0) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 \Phi_{\text{eff}}}{\partial R^2} \right)_{(R_g, 0)} x^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 \Phi_{\text{eff}}}{\partial z^2} \right)_{(R_g, 0)} z^2 + O(xz^2).$$

$$\kappa^2(R_g) \equiv \left( \frac{\partial^2 \Phi_{\text{eff}}}{\partial R^2} \right)_{(R_g, 0)} ; \quad \nu^2(R_g) \equiv \left( \frac{\partial^2 \Phi_{\text{eff}}}{\partial z^2} \right)_{(R_g, 0)},$$

- Harmonisen värähtelijän liikettä -> episyklejä.

$$\ddot{x} = -\kappa^2 x,$$

$$\ddot{z} = -\nu^2 z.$$

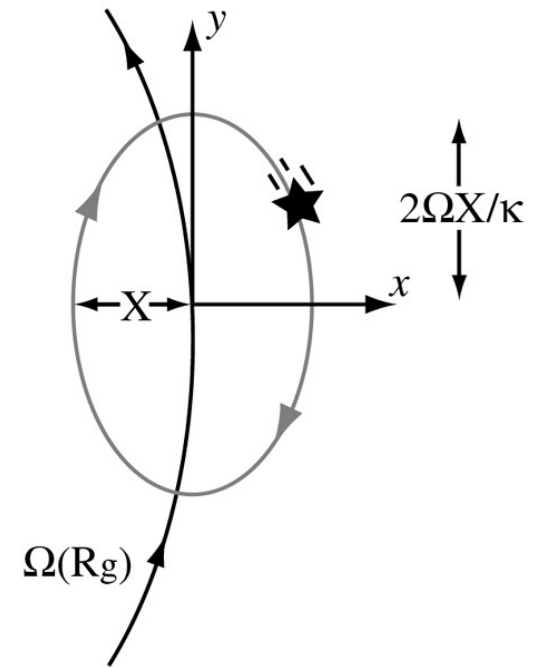


Fig 3.9 'Galaxies in the Universe' Sparke/Gallagher CUP 2007

$R_g$  on ohjauskeskus, episykliliike on retrogradista.





# Törmäyksen Boltzmannin yhtälö

- Voimme mallintaa tähtiä galaksissa kuten atomeja kaasussa. Faasitiheys  $f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)$  kertoo tähtien todennäköisyystiheyden kuusiulotteisessa faasiavaruudessa  $(\mathbf{x}, \mathbf{v})$ :

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) \Delta x \Delta y \Delta z \Delta v_x \Delta v_y \Delta v_z$$

- Numerotiheys  $n(\mathbf{x}, t)$  paikassa  $\mathbf{x}$  saadaan integroimalla nopeuksien yli:

$$n(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) dv_x dv_y dv_z$$

- Keskiarvot, kuten keskinopeus  $\langle \mathbf{v}(\mathbf{x}, t) \rangle$  saadaan myös integroimalla:

$$\langle \mathbf{v}(\mathbf{x}, t) \rangle n(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{v} f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t) dv_x dv_y dv_z$$



# Boltzmannin yhtälön johto III

- Painovoimakentässä tähden kiihtyvyys ei riipu siitä kuinka nopeasti se liikkuu, vaan vain sen paikasta.

$$dv/dt = -\partial\Phi(x, t)/\partial x$$

- Boltzmannin yhtälö yhdessä ulottuvuudessa:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{\partial\Phi}{\partial x}(x, t) \cdot \frac{\partial f}{\partial v} = 0$$

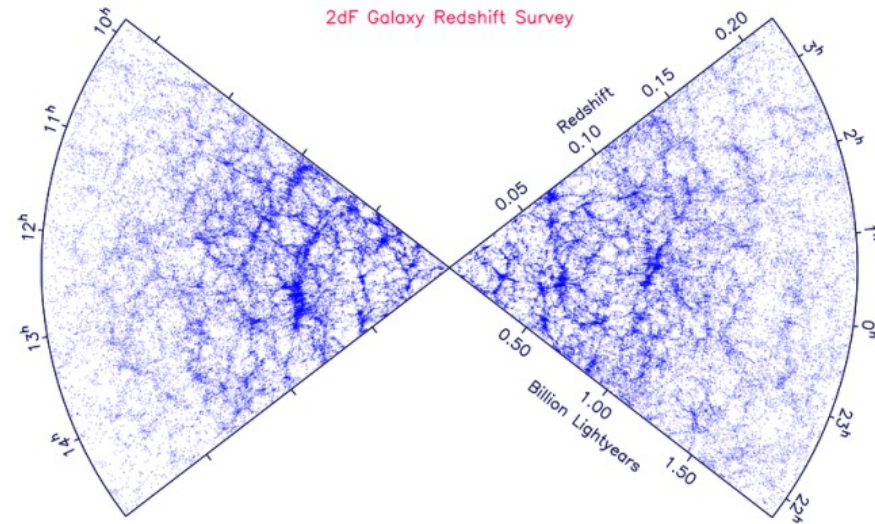
- Boltzmannin yhtälö kolmessa ulottuvuudessa:

$$\frac{\partial f(\mathbf{x}, \mathbf{v}, t)}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f - \nabla\Phi \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = 0$$



## 5. Kosmologinen periaate

- Kosmologinen periaate on hypoteesi, jonka mukaan maailmankaikkeus on hyvin suurilla etäisyyksillä homogeeninen ja isotrooppinen.
- Tämä on yleistys Kopernikaanisesta periaatteesta jonka mukaan meidän paikkamme maailmankaikkeudessa ei ole mitenkään erityisasemassa.
- Nykyiset kosmologiset mallit perustuvat tähän periaatteeseen ja suhteellisuusteoriaan.



Lähiavaruuden suuren mittakaavan rakennetta, jokainen piste vastaa galaksia.



# Maailmankaikkeuden geometria

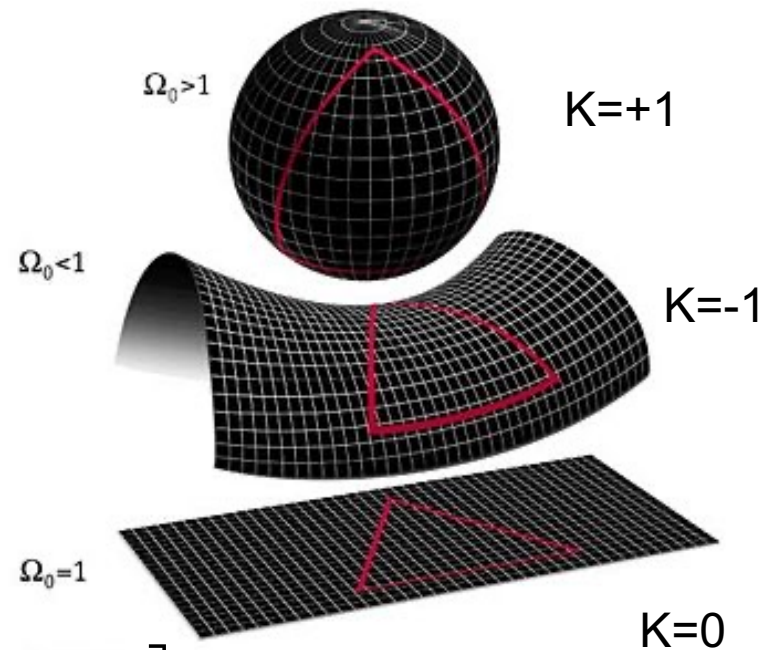
- Oletetaan laajeneva tai supistuva 3-pallo (2D pinnan 3-ulotteinen vastine):

$$x^2 + y^2 + z^2 + w^2 = a^2(t)R_0^2$$

$$\begin{cases} x = a(t)r \sin \vartheta \cos \phi \\ y = a(t)r \sin \vartheta \sin \phi \\ z = a(t)r \cos \vartheta \\ w = a(t)(R_0^2 - r^2)^{1/2} \end{cases}$$

$$dl^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 + dw^2$$

$$= a^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - r^2/R_0^2} + r^2(d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\phi^2) \right]$$





# Robertson-Walker metriikka I

- Koska isotrooppiset ja homogeeniset 3D-pinnat vastaavat vakio kosmista aikaa  $t$ , neliavaruuden (1 aika+3 paikka) metriikka:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dl^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2(d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\varphi^2) \right]$$

- Kahden fundamentaali-havaintajan välinen todellinen etäisyys  $l$  voidaan laskea ajalle  $t$ :  $l = \int dl$ :

$$l = a(t) \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - Kr^2}} = a(t) \chi(r_1)$$

$$\chi(r) = \arcsin(r), K = +1 \quad ; \chi(r) = r, K = 0 \quad ; \chi(r) = \operatorname{arsinh}(r), K = -1$$



# Kulmaläpimitta-etäisyys

- Mukana-laajenevaa etäisyyttä  $\chi(r)$  ja todellista etäisyyttä  $a(t)\chi(r)$  ei voida havaita suoraan koska havaittu valo kaukaisesta kohteesta lähti matkaan aikaisemmalla ajanhetkellä.

- Kulmaläpimitta-etäisyys määritellään seuraavasti:  $\vartheta = \frac{D}{d_A}$

- Todellinen koko  $D$  voidaan ymmärtää kahden valosignaalin  $\vartheta$ -suuntaisena todellisena etäisyytenä, FRW-metriikasta saadaan:

$$D = a_e r_e \int d\vartheta = \frac{a_0 r_e}{1+z} \vartheta$$

- Sijoittamalla saadaan:

$$d_A = \frac{a_0 r_e}{1+z_e} = a_e r_e$$



# Luminositeetti-etäisyys

- Luminositeetti-etäisyys määritellään:  $F = \frac{L}{4\pi d_L^2}$
- Tarkastellaan pinta-alaa  $A$  joka peittää avaruuskulman  $\omega$  havaitun kohteen etäisyydellä ja joka vastaa pinta-alaa  $\omega d_A^2$ . Koska maailmankaikkeus laajenee, samaa avaruuskulmaa vastaavaa pinta-ala alkupisteessä on suurempi:

$$A = \omega d_A^2 (a_0/a_e)^2 = (a_0 r_e)^2 \omega$$

- Molempien pintojen läpi menee saman verran fotoneja:

$$\frac{L \delta t_e \omega}{4\pi h_P \nu_e} = \frac{F \delta t_0 A}{h_P \nu_0} \quad F = \frac{\omega}{4\pi} \frac{L}{A} \left( \frac{a_e}{a_0} \right)^2 = \frac{L}{4\pi [a_0 r_e (1+z)]^2}$$

$$d_L = D(1+z) = d_A(1+z)^2$$



# Friedmann yhtälöt – Newton II

- Integroidaan yhtälö ajan funktiona.

$$\dot{a}(t)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho(t) a(t)^2 - kc^2 \quad \text{FRW2}$$

- $Kc^2$  on integroimisvakio, yhtälö pätee myös Suhteellisuusteoriassa.
- Toinen FRW yhtälö saadaan huomioimalla että Suhteellisuusteoriassa paine  $p$  tiheyden  $\rho$  vaikuttaa kappaleen energiaan ja täten myös massaan. Lisäksi tulee pimeän energian termit.

$$\ddot{a}(t) = -\frac{4\pi G}{3} a(t) \left[ \rho(t) + \frac{3p(t)}{c^2} \right] \quad \text{FRW1}$$





## 6. Maailmankaikkeuden tiheys I

- Friedmann II voidaan lausua maailmankaikkeuden eri komponenttien (säteily, aine, tyhjiöenergia) avulla:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H^2(t) = \frac{8\pi G}{3} \left[ \rho_{m,0} \left(\frac{a_0}{a}\right)^3 + \rho_{r,0} \left(\frac{a_0}{a}\right)^4 + \rho_{\Lambda,0} \right] - \frac{Kc^2}{a^2}$$

- Kriittinen tiheys on määritelty:

$$\rho_{\text{crit}}(t) = \frac{3H^2(t)}{8\pi G} \Rightarrow \rho_{m,0} = \Omega_{m,0}\rho_{\text{crit},0}$$

- Kaarevuusparametri voidaan lausua:  $\Omega_{K,0} = -\frac{Kc^2}{H_0^2 a_0^2} = 1 - \Omega_0$
- Ala-indeksi nolla kertoo tämän hetkisen arvon, maailmankaikkeuden kokonaistiheys on:  $\Omega_0 = \Omega_{m,0} + \Omega_{\Lambda,0} + \Omega_{r,0}$



# F-yhtälöiden yleisiä ratkaisuja

- Sijoittamalla Friedmannin yhtälöön ja käyttämällä  $(a/a_0) = (1+z)^{-1}$ :  $\Omega(t) = \frac{\rho(t)}{\rho_{\text{crit}}(t)}$

$$H(z) = \left( \frac{\dot{a}}{a} \right) (z) = H_0 E(z)$$

$$E(z) = [\Omega_{m,0}(1+z)^3 + \Omega_{r,0}(1+z)^4 + (1 - \Omega_0)(1+z)^2 + \Omega_{\Lambda,0}]^{1/2}$$

- Kun tiedämme nykyiset arvot  $H_0$ ,  $\Omega_{\Lambda,0}$ ,  $\Omega_{m,0}$  ja  $\Omega_{r,0}$  voimme laskea niiden arvot kaikille muille punasiirtymille yksinkertaista menetelmää käyttäen:

$$\Omega_{\Lambda}(z) = \frac{\Omega_{\Lambda,0}}{E^2(z)}; \quad \Omega_m(z) = \frac{\Omega_{m,0}(1+z)^3}{E^2(z)}; \quad \Omega_r(z) = \frac{\Omega_{r,0}(1+z)^4}{E^2(z)}$$



## F-yhtälön ratkaisu $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$

- Laakeassa mallissa missä on aineen lisäksi tyhjiöenergiaa:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = H_0^2 \left[ \Omega_{m,0} \left(\frac{a_0}{a}\right)^3 + \Omega_{\Lambda,0} \right]$$

- Ratkaisuksi kun  $0 < \Omega_{m,0} < 1$  saadaan:

$$\frac{a}{a_0} = \left(\frac{\Omega_{m,0}}{\Omega_{\Lambda,0}}\right)^{1/3} \left[ \sinh \left( \frac{3}{2} \Omega_{\Lambda,0}^{1/2} H_0 t \right) \right]^{2/3}$$

- Varhaisella ajanhetkellä  $a \propto t^{2/3}$ , koska  $\Lambda$ -termi on tällöin vielä pieni ja malli muistuttaa Einstein-de Sitter mallia. Myöhäisillä ajanhetkellä  $a$  kasvaa eksponentiaalisesti ja muistuttaa de Sitter mallia, jolle  $\Omega_\Lambda = 1$ :

$$a \propto e^{\Omega_{\Lambda,0}^{1/2} H_0 t}$$



# Maailmankaikkeuden ikä I

- Laajenevan homogeenisen maailmankaikkeuden ikä punasiirtymällä  $z$  saadaan yhtälöstä:

$$t(z) = \int_0^{a(z)} \frac{da}{\dot{a}} = \frac{1}{H_0} \int_z^\infty \frac{dz}{(1+z)E(z)}$$

- Tämä yhtälö voidaan integroida numeerisesti mielivaltaiselle kosmologialle ja erikoistapauksissa analyttisesti. Laittamalla alaraja  $z=0$  saadaan koko maailmankaikkeuden ikä.
- EdS mallille  $\Omega_{m,0}=1$  ja  $\Omega_{\Lambda,0}=0$  :

$$t = \frac{1}{H_0} \frac{2}{3} (1+z)^{-3/2}$$



# Maailmankaikkeuden etäisyydet II

- Nyt voimme johtaa kulmaläpimittaetäisyyden mukana-laajenevissa yksiköissä:

$$r = f_K \left[ \frac{c}{H_0 a_0} \int_0^z \frac{dz}{E(z)} \right]$$

$f_K(\chi) = \sin \chi$  ( $K = +1$ );  $f_K(\chi) = \chi$  ( $K = 0$ );  $f_K(\chi) = \sinh \chi$  ( $K = -1$ )

- Kun  $z \ll z_{\text{eq}}$  ja  $\Omega_{\Lambda,0} = 0$  voidaan johtaa yleinen kaava kaikille  $K$  (Mattigin kaava):

$$a_0 r = \frac{2c}{H_0} \frac{\Omega_0 c + (2 - \Omega_0)[1 - (\Omega_0 z + 1)^{1/2}]}{\Omega_0^2(1 + z)}$$

- Laakealle maailmankaikkeudelle ( $\Omega_{m,0} + \Omega_{\Lambda,0} = 1$ )  $r = \chi$ :

$$a_0 r = \frac{c}{H_0} \int_0^z \frac{dz}{[\Omega_{\Lambda,0} + \Omega_{m,0}(1 + z)^3]^{1/2}}$$



# 7. Ellipsigalaksien pintakirkkaus-profiilit

- Ellipsigalaksien pintakirkkausprofiilit voidaan yleisesti sovittaa Sérsic-profiililla:

$$\log(I/I_e) = k[(r/r_e)^{1/n} - 1]$$

- Vakio  $k$  valitaan niin että  $r_e$ :n sisäpuolelle jää puolet kokonaisvalosta.
- Kun  $n > 1$ ,  $k \approx 1.999n - 0.327$ .
- Sérsic-profiili toimii hyvin kirkkaille ellipsigalakseille.

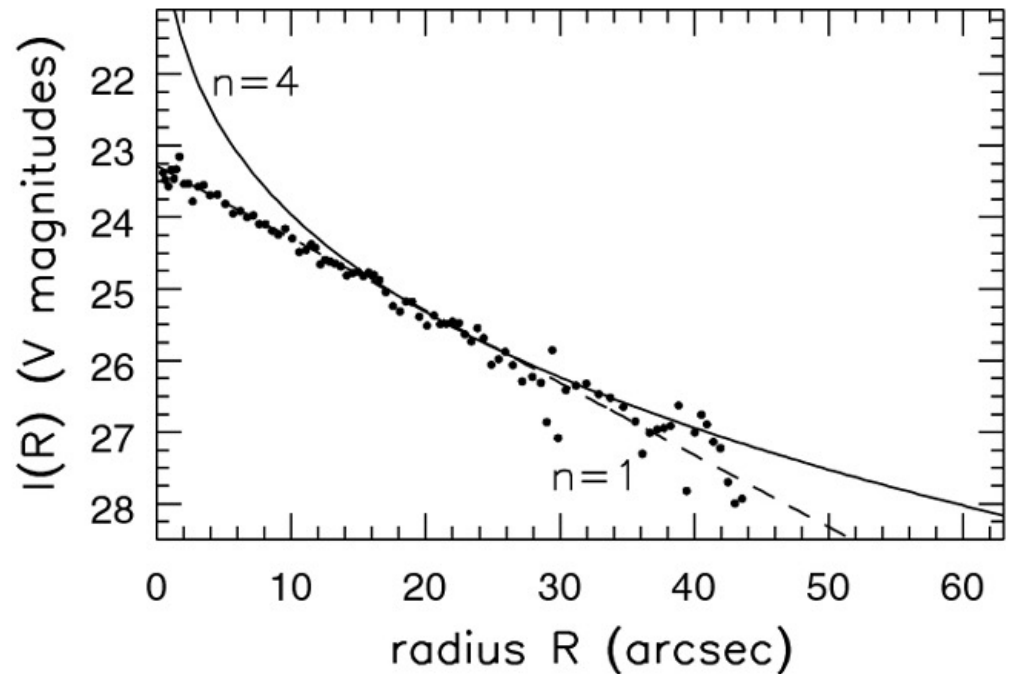


Fig 6.2 (H.Jerjen) 'Galaxies in the Universe' Sparke/Gallagher CUP 2007



# Ytimen pintakirkkaus

1. 'Core'-ellipseissä ytimen pintakirkkaus on lähes vakio (puuttuvaa keskusvaloa)  
Nämä galaksit ovat yleensä hyvin massiivisia ja niissä on suuri musta aukko.
2. 'Cusp'-ellipseissä ytimen pintakirkkaus on hyvin suuri (liikaa keskusvaloa). Nämä galaksit ovat yleensä vähemmän massiivisia ja pyörivät nopeammin.

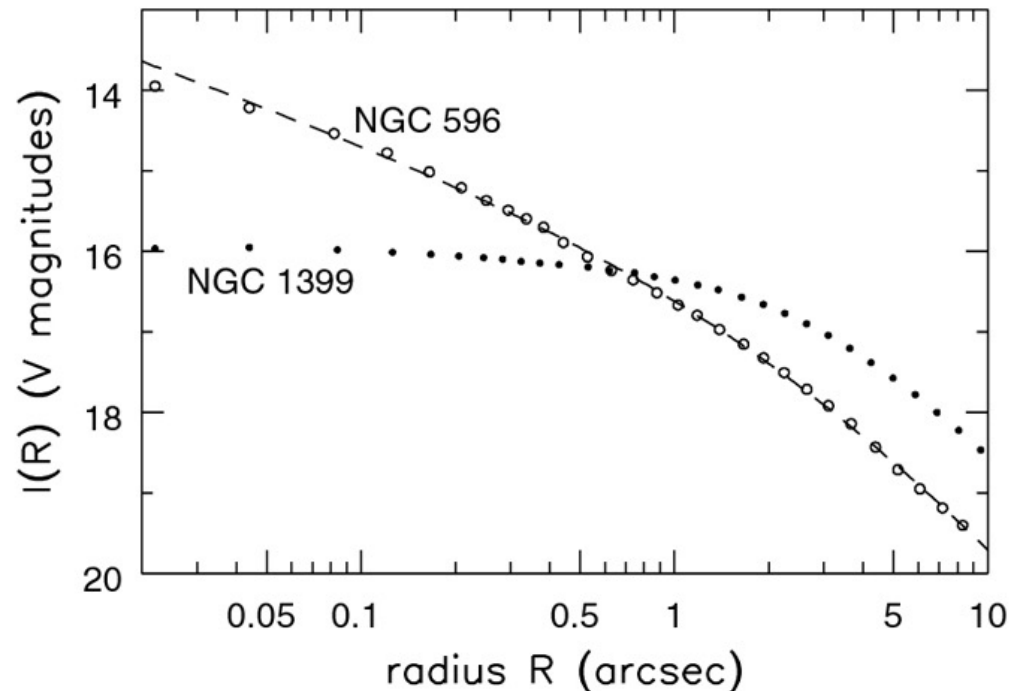
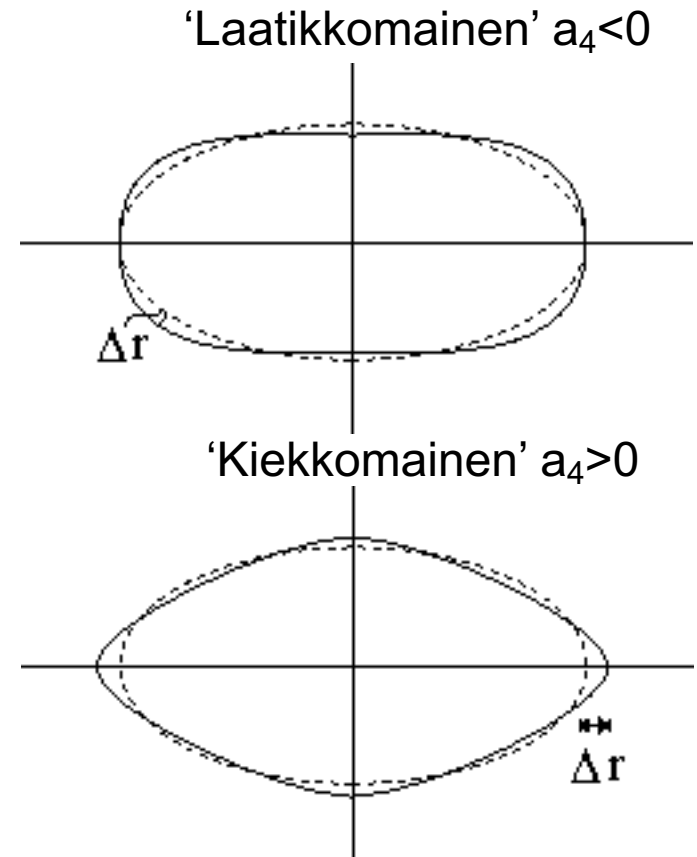


Fig 6.7 (T.Lauer) 'Galaxies in the Universe' Sparke/Gallagher CUP 2007



# Fotometrinen hienorakenne II

1. Galaksia jolla  $a_4 < 0$  kutsutaan laatikkomaiseksi (boxy). Nämä galaksit ovat tyypillisesti hyvin kirkkaita ja niissä litistyneisyys voi vaihdella säteen funktiona. Nämä galaksit pyörivät usein hitaasti ja niissä voi esiintyä voimakasta röntgen- ja radioemissiota.
2. Galaksilla jolla  $a_4 > 0$  kutsutaan kiekkomaiseksi (disky). Nämä galaksit pyörivät usein nopeasti ja ne ovat yleensä keskikokoisia. Niissä esiintyy myös vähemmän röntgenemissiota.







# Ellipsigalaksien pyörimisnopeus II

- Todellinen pyörimisnopeus on suurempi kuin mitattu maksiminopeus ( $V_{\max}$ ), koska tähdet liikkuvat myös sivuttaissuunnassa,  $V_{\max} \approx \pi V/4$ .
- Mikäli E-galaksien litistyneisyys johtuisi pyörimisestä galaksien tulisi sijaita lähellä katkoviivaa.
- Isotrooppiselle nopeusjakaumalle saadaan:

$$\left( \frac{V_{\max, \text{rot}}}{\sigma} \right) = \left( \frac{V_{\text{rot}}}{\sigma} \right)_{\text{iso}} = \frac{\pi}{4} \sqrt{2[(1 - \epsilon)^{-0.9} - 1]} \approx \sqrt{\epsilon/(1 - \epsilon)}$$

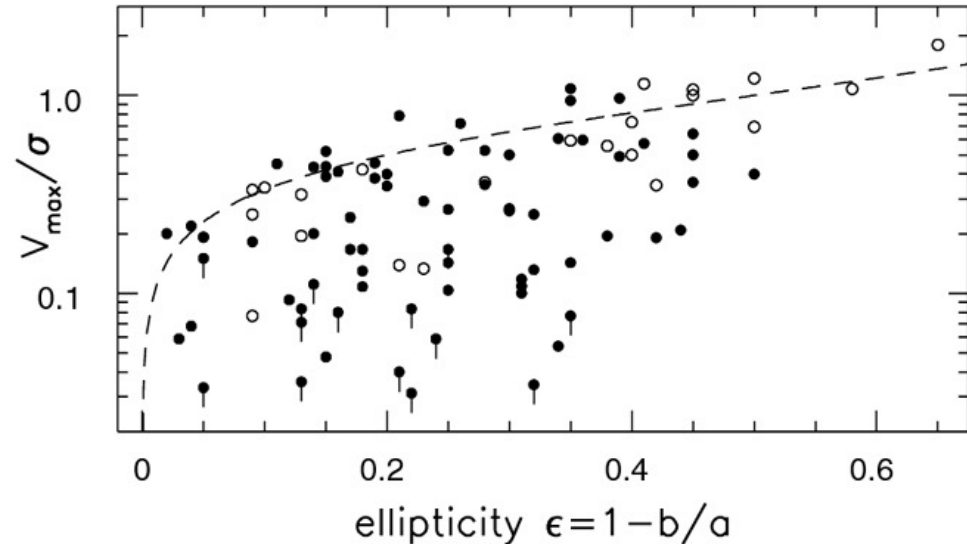


Fig 6.14 (R. Bender) 'Galaxies in the Universe' Sparke/Gallagher CUP 2007



# Pyörimisnopeuden yhteys fotometriaan

- Kiekkomaiset E-galaksit pyörivät suhteellisen nopeasti ja niiden litistynyt muoto voi olla osittain pyörimisestä johtuvaa.
- Laatikkomaiset E-galaksit ovat hyvin kirkkaita ja pyörivät hyvin hitaasti. Havaittu litistyneisyys ei voi johtua pyörimisestä vaan nopeus-anisotropiasta.

$$\sigma_x \neq \sigma_y \neq \sigma_z$$

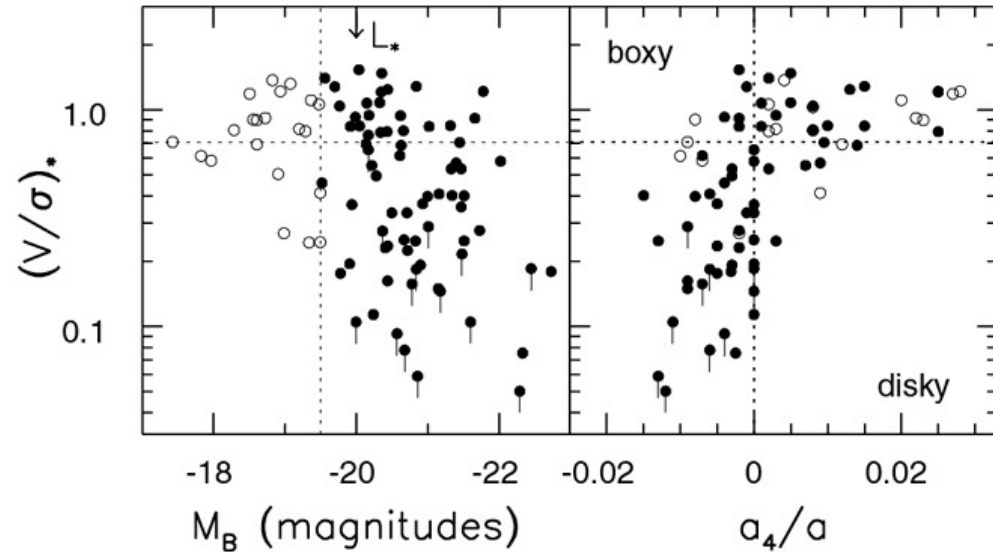


Fig 6.15 (R. Bender) 'Galaxies in the Universe' Sparke/Gallagher CUP 2007



# Faber-Jackson ja fundamentaali-relaatiot

## 1. Faber-Jackson relaatio:

$$\frac{L_V}{2 \times 10^{10} L_\odot} \approx \left( \frac{\sigma}{200 \text{ km s}^{-1}} \right)^4$$

## 2. Fundamentaali-relaatio joka yhdistää säteen, nopeusdispersion ja pintakirkkauden:

$$R_e \propto \sigma^{1.24} I_e^{-0.82}$$

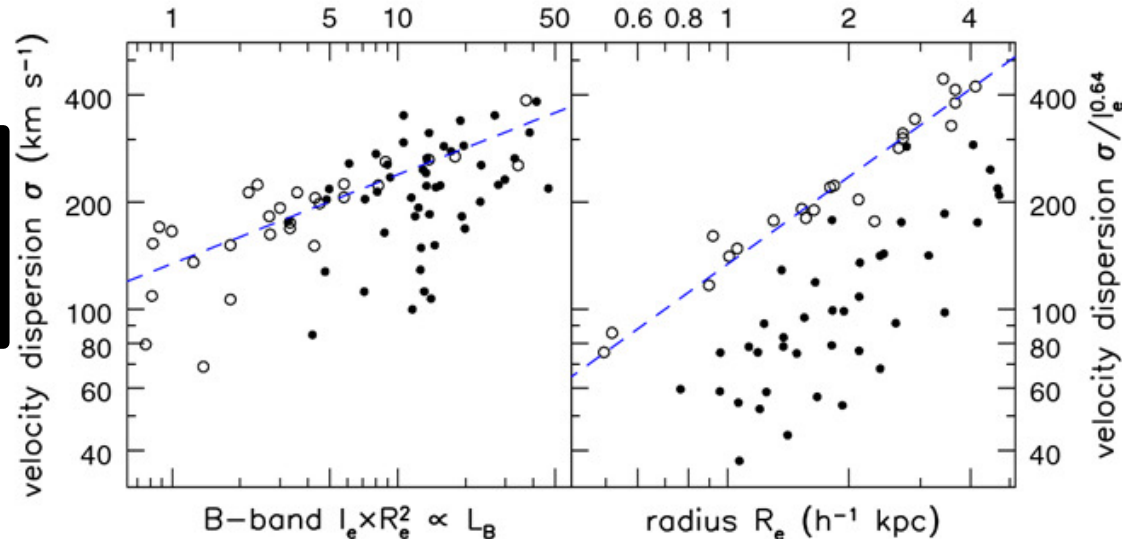


Fig 6.13 (T. Treu) 'Galaxies in the Universe' Sparke/Gallagher CUP 2007

Empiiriset relaatiot ovat hyvin tärkeitä, koska niitä voidaan käyttää etäisyysmittauksissa ja ne asettavat reunaehdoja E-galaksien syntyteorioille.



## 8. Kiekkogalaksien pintakirkkaus-profiilit (R)

- Spiraaligalaksien kiekon pintakirkkausprofiili voidaan yleisesti sovittaa eksponentiaalifunktiolla:  
$$I(R) = I(0)e^{-R/h_R}$$
- Tekijä  $h_R$  on skaalapituus ja se on yleensä välillä:  
 $1 \text{ kpc} \leq h_R \leq 10 \text{ kpc}$ .  
Skaalapituus voi olla eripituinen eri havaintokaistoilla (U,B,V,R,I).
- Eksponentiaaliosuus päättyy usein säteellä  $R_{\text{max}} \sim 10\text{-}30 \text{ kpc}$  (3-5  $h_R$ ).

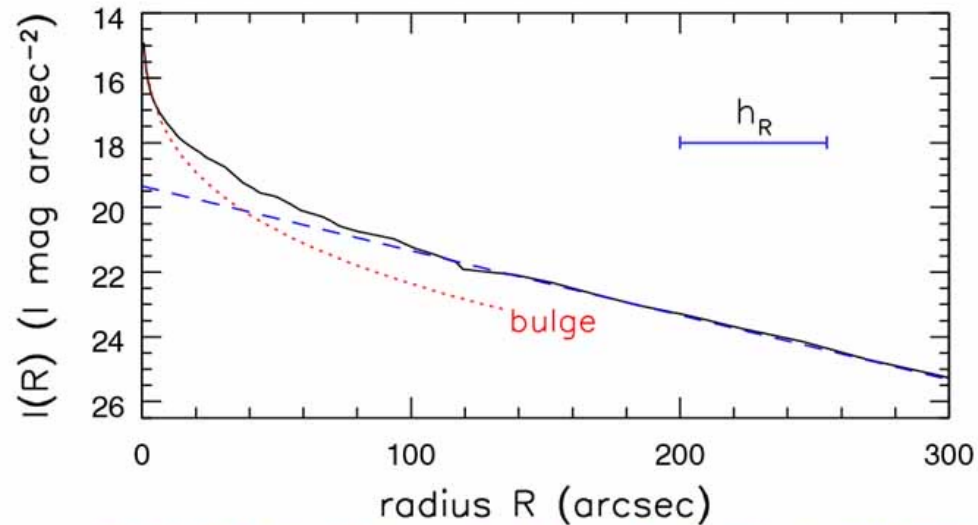


Fig 5.4 (R. Peletier) 'Galaxies in the Universe' Sparke/Gallagher CUP 2007

Keskuspullistuman valoprofiili on jyrkempi ja sitä voi kuvata paremmin Sérsic-profiililla.



# Kiekkogalaksien pintakirkkaus-profiilit ( $z$ )

- Galaksien  $z$ -suuntainen paksuus vaihtelee hyvin ohuista vähän paksumpiin galakseihin ja myös tätä komponenttia voidaan kuvata eksponentiaalisella funktiolla:

$$I(R, z) = I(R)e^{-|z|/h_z}$$

- Tyypillisesti  $h_z \approx 0.1h_R$ , eli galaksien paksuus on  $\approx 10\%$  niiden leveydestä.
- $h_z$ :n ja  $h_R$ :n suhteesta voidaan jo päätellä  $\rightarrow \sigma_z \ll V_{\text{rot}}$ .

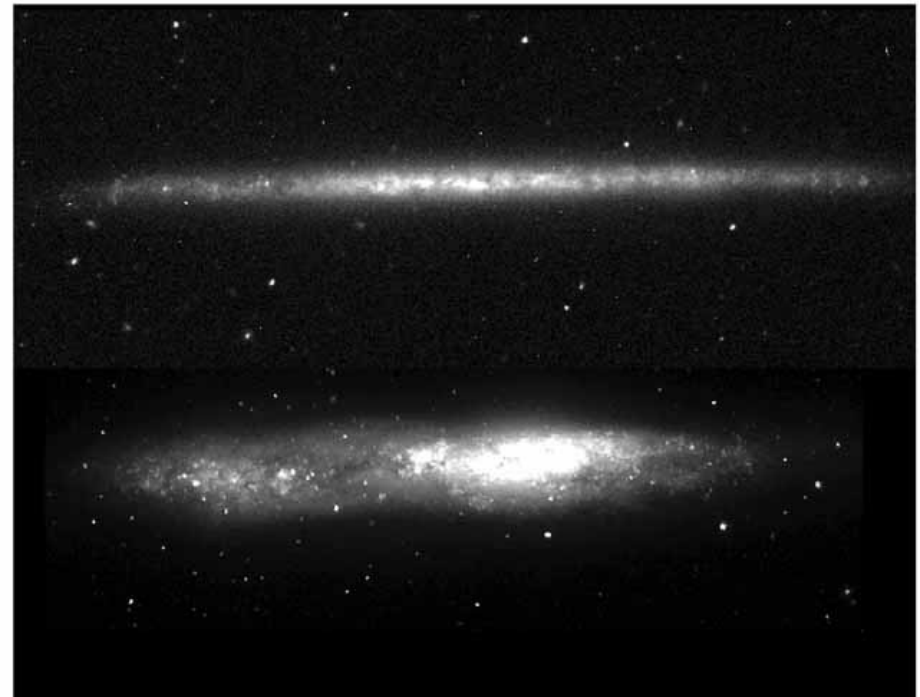


Fig 5.7 (Matthews, Ferguson)'Galaxies in the Universe' Sparke/Gallagher CUP 2007

$$I(R, z) = I(0)e^{-R/h_R}e^{-|z|/h_z}$$



# HI-kiekkojen koko

- HI kaasun jakauma säteen funktiona on tasaisempaa kuin tähtien jakauma ( $\Sigma_* \propto e^{-r/h}$ ).
- HI kiekko ulottuu selvästi suurimmille säteille kuin näkyvä tähtikiikko. Tyypillisesti  $R_{\text{HI}} = 2 \times R_{25}$  (missä  $R_{25} = R$ -kaistassa 25 mag arcsec<sup>-2</sup>).
- Keskimäärin pintatiheys on  $\approx 4 M_{\odot} \text{pc}^{-2}$ . Tällä tiheydellä UV-säteily absorboituu ja HI-kiekkon keskelle voi muodostua H<sub>2</sub>-alueita.

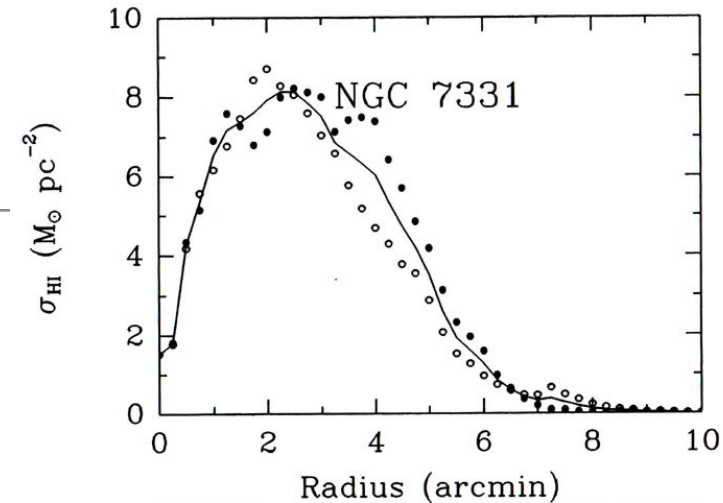


Fig 5.14 (K. Begeman) 'Galaxies in the Universe' Sparke/Gallagher CUP 2007

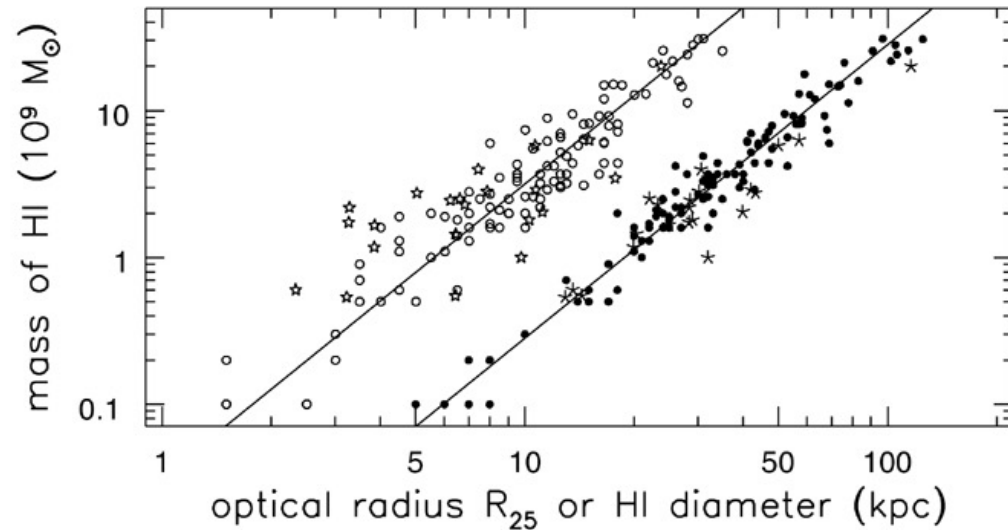


Fig 5.15 (Broeils & de Blok) 'Galaxies in the Universe' Sparke/Gallagher CUP 2007



## Kiekkogalaksien pyörimiskäyrät II

- Havaitut pyörimiskäyrät ovat lähes vakioita suurille  $R$  -> galaksien ulko-osissa on paljon näkymätöntä pimeää ainetta.
- Monissa spiraaligalakseissa kuten myös Linnunradassa inkliinaatiokulma  $i$  muuttuu säteen funktiona. Tämä on merkki siitä että kiekko ei ole suora vaan siinä on vääntymä (eng. warp).
- Koska  $V(R)$  vakio,  $V(R)/R$  pienenee -  
>differentiaalirotaatiota.

NGC 7331 havaittu pyörimiskäyrä

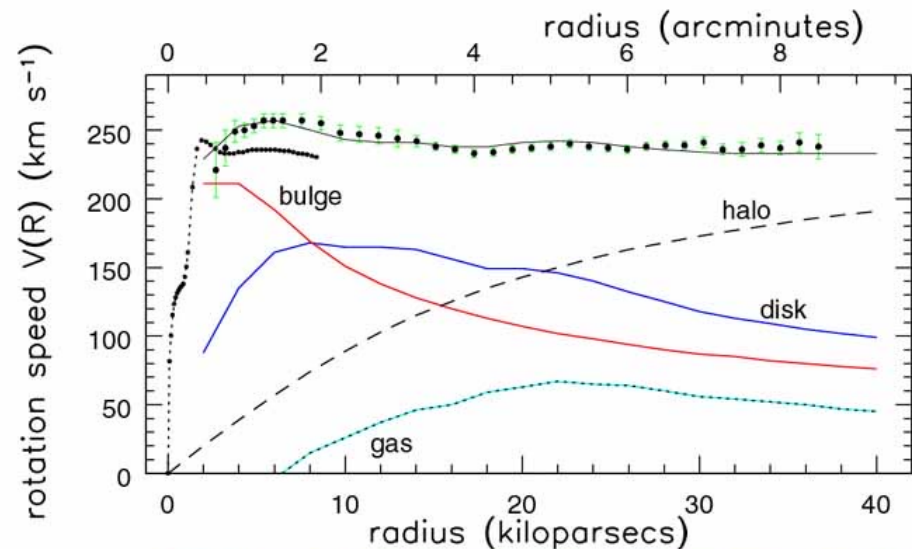


Fig 5.20 (Begeman, Sofue) 'Galaxies in the Universe' Sparke/Gallagher CUP 2007





# Tully-Fisher relaatio

- Myös spiraaligalakseilla on luminositeetin ja nopeuden välinen empiirinen relaatio  $L \propto v^\alpha$ ,  $\alpha \approx 4$ , Tully-Fisher relaatio:

$$\frac{L}{3 \times 10^{10} L_\odot} \approx \left( \frac{V_{\max}}{196 \text{ km s}^{-1}} \right)^{3.8}$$

- Relaation eksponentti riippuu aallonpituudesta, lähi-infrapuna alueessa  $\alpha \approx 4$ , sinisemmässä valossa  $\alpha$  on pienempi.
- Eri komponentit dominoivat massaa ja valoa -> relaation olemassaoloa ei täysin ymmärretä.

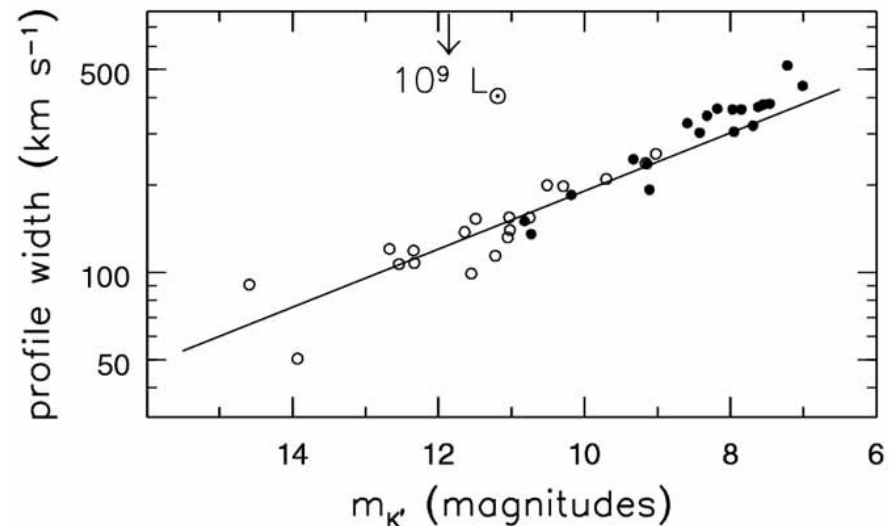


Fig 5.23 (M. Verheijen) 'Galaxies in the Universe' Sparke/Gallagher CUP 2007

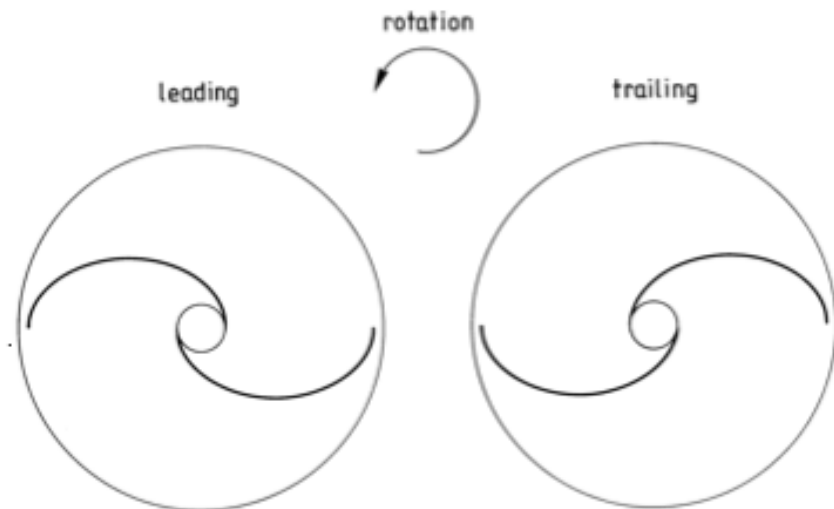
Tully-Fisher relaatiota voidaan käyttää etäisyysmittauksissa ja osana kosmista etäisyys-tikapuu-järjestelmää.





# Spiraalien muoto

- Spiraaleilla voi olla kaksi perusmuotoa, joko ne pyörivät galaksissa kärki menosuuntaan (leading) tai niin että kärki osoittaa vastakkaiseen suuntaan (trailing).
- Havainnot osoittavat että käytännössä kaikissa spiraaleissa rakenne laahaa pyörimisen perässä (trailing). Näissä systeemeissä liikemäärämomenttia siirtyy sisältä ulospäin.



Jotta voisimme määritellä spiraalien geometria meidän pitää havainnoista tietää kumpi puoli galaksia on lähempänä meitä. -> Käytetään pölyvanoja hyväksi, mutta silti tämä määrittely ei ole aina yksiselitteinen.



## 9. Seyfertien säteily

- Seyfert-galaksit ovat yleisemmin spiraaligalakseja ja säteilevät voimakkaasti infrapuna-, UV-, röntgen- sekä optisella alueella, mutta eivät yleensä radio-alueella.
- Kontinuumi-säteily tulee todennäköisesti kertymänkiekon kuumasta kaasusta (UV- ja röntgen-säteily sisäalueelta, optinen ulompaa). Radioemissio tulee suihkuista. Osa IR-säteilystä tulee kuumasta pölystä.

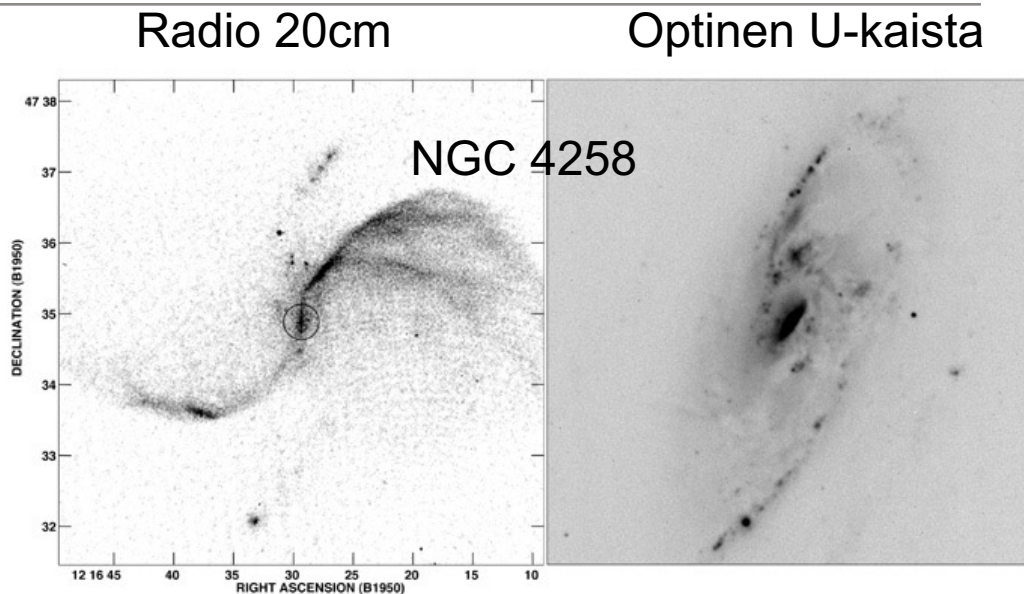


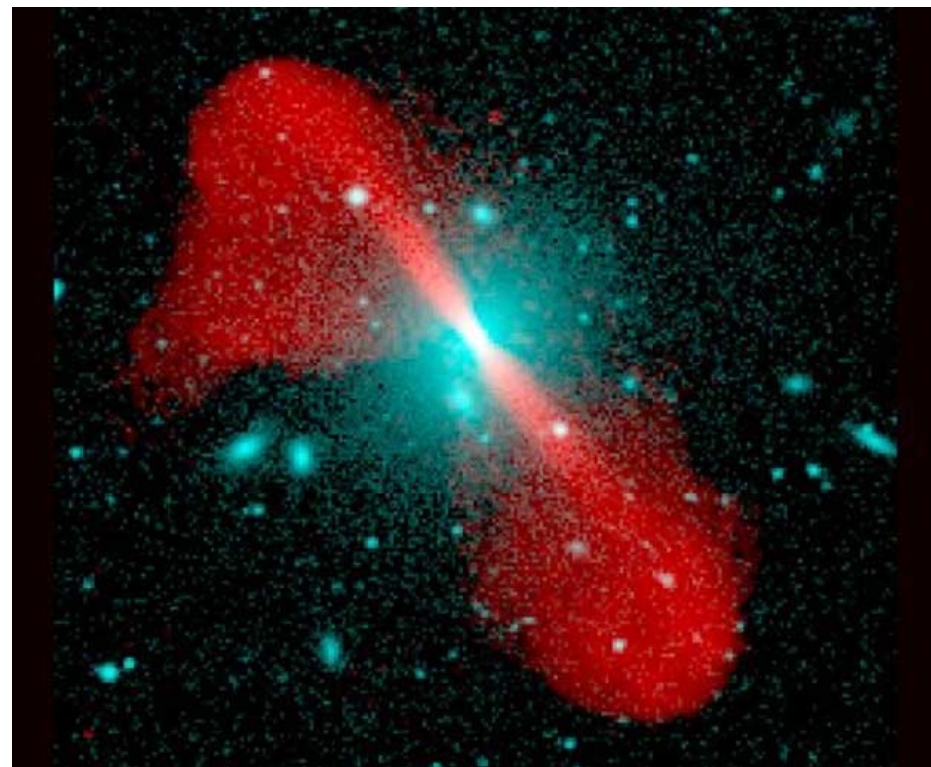
Fig 9.2 (G. Cecil)'Galaxies in the Universe' Sparke/Gallagher CUP 2007

- Seyfert-galaksien ytimellä:  $L \leq 10^{11} L_{\odot}$ , noin 10% Sa ja Sb galakseista ovat Seyfertejä. Noin 25% on heikompia LINER:eitä (Low ionization nuclear emission regions).



# Radiogalaksit

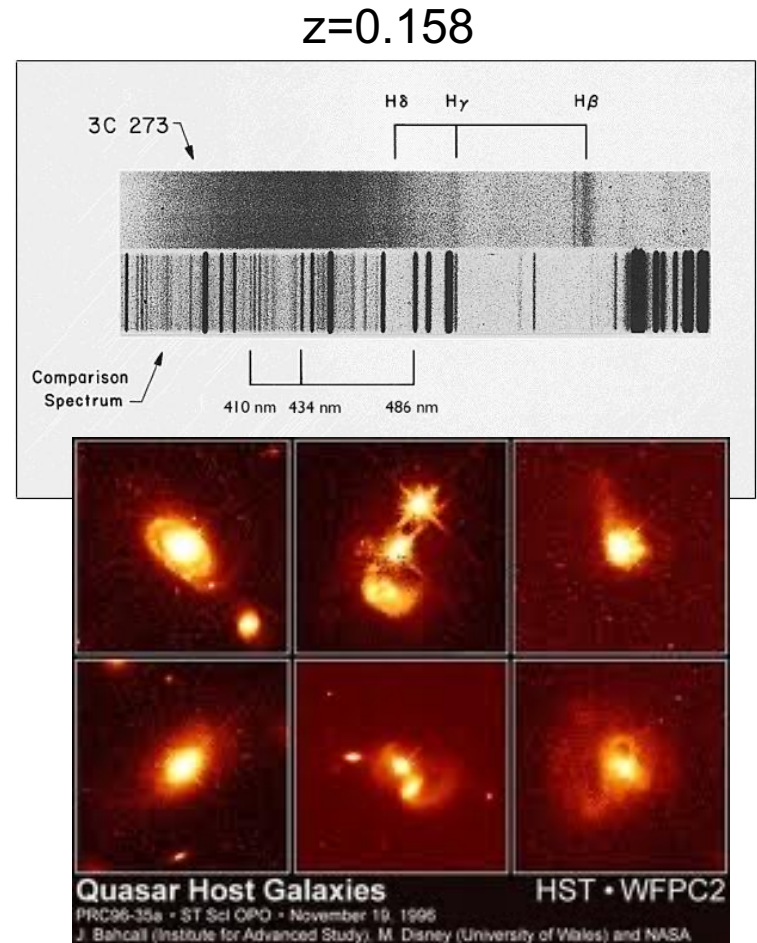
- Radiohavaintojen yleistyessä 1950-luvulla huomattiin että monet kirkkaimmat radiokohteet olivat massiivisia ellipsigalakseja.
- Radioemissio on luonteeltaan ei-termistä, eli se ei ole tähtien ja kaasun lämpötilasta johtuvaa säteilyä.
- Paremmat havainnot osoittivat että säteily tulee kompaktilta ydinalueelta, joka on yhteydessä kahteen laajaan lohkoon galaksin ulkopuolella.





# Kvasaarit

- Ensimmäiset kvasaarit havaittiin 1960-luvulla pistemäisinä ja tähtimäisinä kohteina (quasi-stellar object=quasar).
- Maarten Schmidt ymmärsi vuonna 1965 että kvasaarit näyttävät pistemäisiltä koska ne ovat erittäin kaukaisia kohteita.
- Nykyiset havainnot Hubblella ja isoilla maanpäällisillä putkilla ovat löytäneet kvasaareita ympäröivät emogalaksit.



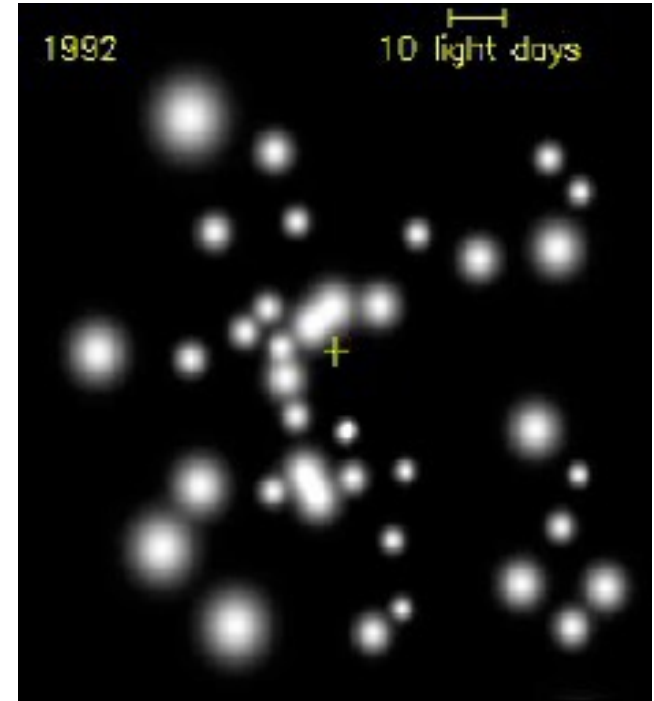


# Aktiivisten galaksien energianlähde

- Aktiivisten galaksien energianlähteenä on niiden keskustassa olevat supermassiiviset mustat aukot. Kaasun potentiaalienergiasta -> säteilyä.
1. Lyhyen aikavälin muutokset valokäyrissä, emittoiva alue voi olla vain muutamien valopäivien tai valoviikkojen kokoinen.

2. Kaasun liikkeistä  $V \approx 10^4 \text{ kms}^{-1}$  ja säteilevän alueen koosta

$$R \approx 0.01 \text{ pc}: \quad M(< r) = \frac{rV^2(r)}{G} \sim 10^8 M_{\odot}$$



Tähtien radoista saadaan Linnunradan mustalle aukolle:  $M_{\text{BH}} \approx 4.1 \times 10^6 M_{\odot}$ .





# Aktiivisten galaksien yhtenäismalli

- Yhtenäismallissa aktiivisen galaksin ominaisuudet riippuvat siitä missä kulmassa havaitsemme galaksin.
- 1) BLR ( $n_H \geq 10^{10}$  atomia  $\text{cm}^{-3}$ ), lähellä mustaa aukkoa, epätasainen rakenne.
- 2) NLR ( $n_H \leq 10^8$  atomia  $\text{cm}^{-3}$ , kiellettyjä siirtymiä ([OII], [OIII]).
- Näkösäteestä riippuen näemme tyypin 1 ja 2 AGN:eitä, sekä blasaareita.

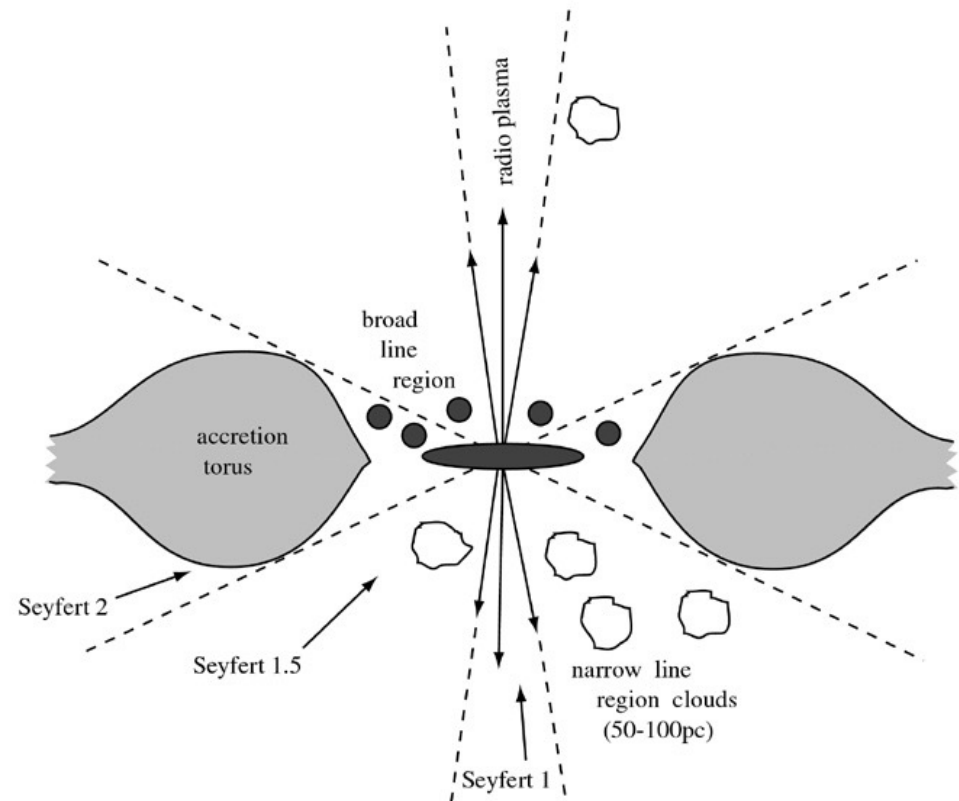
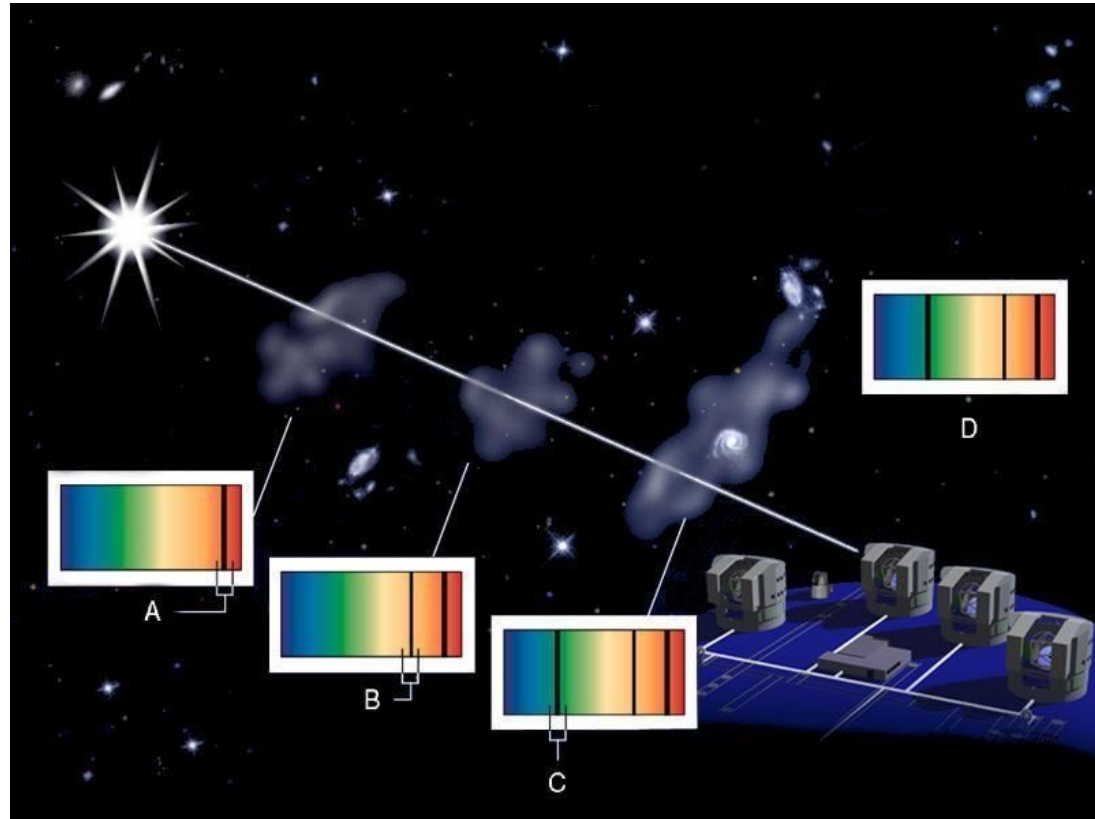


Fig 9.3 'Galaxies in the Universe' Sparke/Gallagher CUP 2007



# Kvasaareiden absorptiojärjestemät

- Tutkimalla kvasaareiden absorptioviivoja voidaan selvittää meidän ja kvasaarin välissä olevan kaasun ominaisuuksia.
- Kvasaarit ovat hyvin kirkkaita ja kaukana, joten toimivat hyvin ”taskulamppuina”.





## 10. Paikallisen galaksijoukon yleisilme

- Paikallinen galaksiryhmä koostuu yli 80 galaksista, jotka sijaitsevat noin  $\approx 1$  Mpc kokoisella alueella.
- Suurimmat galaksit ovat M31, Linnunrata ja M33. Loput galaksit ovat epä-säännöllisiä kääpiöitä ja kääpiösferoideaaleja.
- Paikallisen joukon massa on riittävän suuri, niin että galaksit pysyvät sidottuina joukon painovoimakentässä.

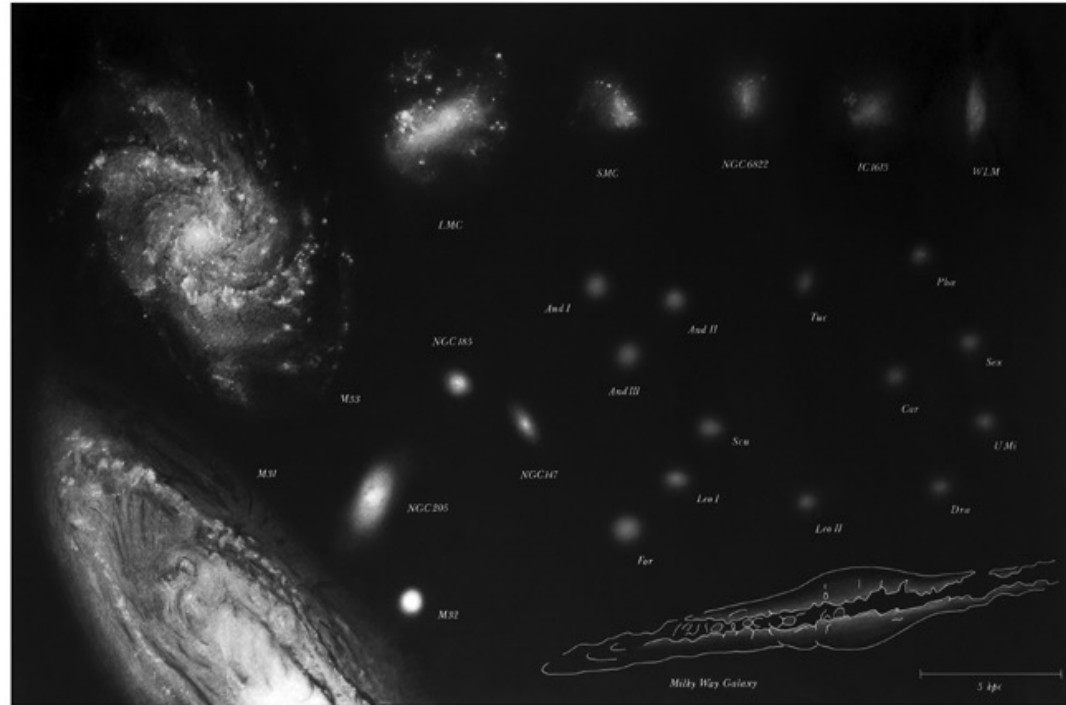


Fig 4.1 (B. Binggeli) 'Galaxies in the Universe' Sparke/Gallagher CUP 2007





# Linnunradan satelliitit

- Selvästi tunnetuimmat ja kirkkaimmat Linnunradan seuralaisgalakseista ovat Magellanin pilvet, jotka ovat epäsäännöllisiä kääpiögalakseja, joissa on paljon kaasua, tähtiensyntyalueita ja nuoria tähtiä.
- Linnunradan kääpiösferoidaalit ovat erittäin diffuuseja ja himmeitä. Niissä on vain hyvin vähän kaasua ja ne koostuvat keskivanhoista ja hyvin vanhoista tähdistä. Osa näistä galakseista saattaa olla hajoamassa Linnunradan painovoimakentässä.

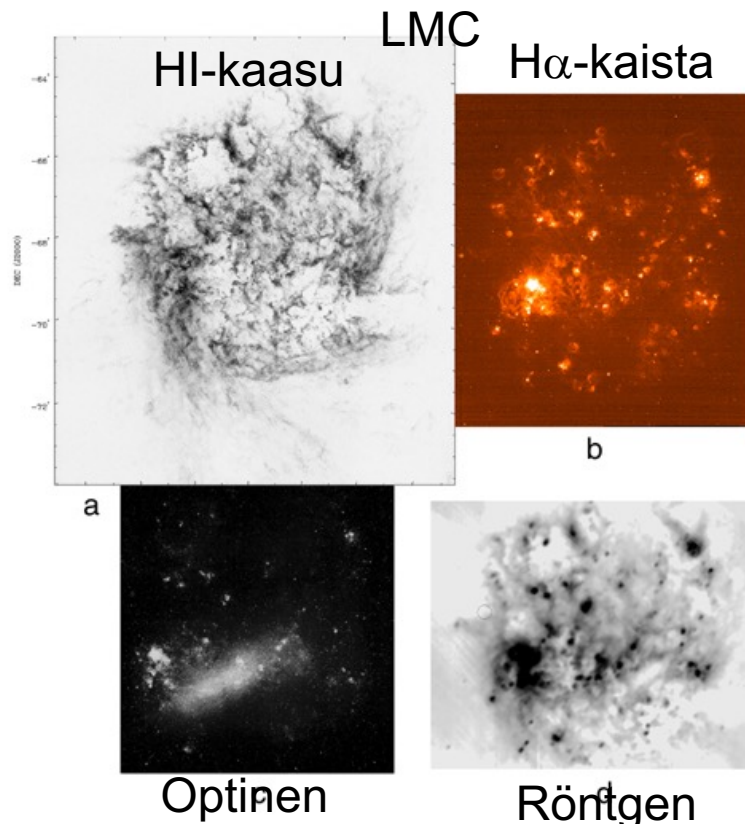


Fig 4.4 (Kim & Staveley-Smith, Henize, IRAS)  
'Galaxies in the Universe' Sparke/Gallagher CUP 2007



## Vuorovesivoimat IV

- Kun satelliitin massa on paljon pienempi kuin emogalaksin, Lagrangen pisteet ovat lähellä satelliittia  $m$  ja ensimmäinen termi voidaan kehittää sarjaksi (otetaan sarjassa huomioon vain kaksi ensimmäistä termiä).

$$0 \approx -\frac{GM}{D^2} - 2\frac{GM}{D^3}x \pm \frac{Gm}{x^2} - \frac{G(M+m)}{D^3} \left( x - \frac{DM}{M+m} \right)$$

- Tästä voidaan lopulta ratkaista Jacobi-säde:

$$x = \pm r_J, \quad r_J = D \left[ \frac{m}{3M+m} \right]^{1/3}$$

- Muistisääntö: Satelliitti voi pitää tähdet, joiden kiertoaika sen ympärillä on pienempi, kuin satelliitin oma kiertoaika päägalaksin ympärillä. Ulompana olevat tähdet katoavat sen painovoimakentän piiristä.



# Kemiallinen evoluutio

- Tähdet muodostavat ytimissään vedystä ja heliumista raskaampia alkuaineita. Mitä nuorempi tähti, sitä suurempi sen metallipitoisuus keskimäärin on.
- Populaatio I: Nuoret korkean metallipitoisuuden kiekkotähdet.
- Populaatio II: Keskuspulistuman ja halon matalamman metallipitoisuuden tähtiä.
- Populaatio III: Ensimmäiset tähdet jossa ei ollut lainkaan metalleja.

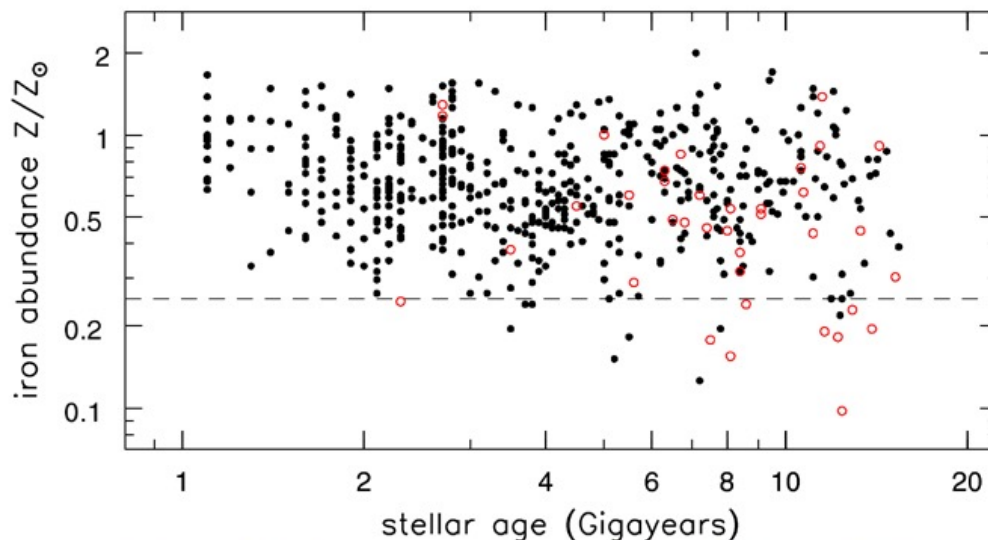


Fig 4.14 'Galaxies in the Universe' Sparke/Gallagher CUP 2007

Metallipitoisuudessa on iso hajonta, mutta keskimäärin mitä nuorempi tähti on sitä suurempi sen metallipitoisuus on.



# Suljettu laatikko malli (Closed box) I

- Oletetaan yksinkertainen suljettu laatikkomalli galaksille, eli galaksista ei karkaa kaasua ja siihen ei tule lisää kaasua. Oletetaan lisäksi että kaasun metallipitoisuus on kaikkialla sama ja että kaasu on hyvin sekoittunutta. Lopuksi oletetaan että tähdet palauttavat tekemät metallinsa hyvin lyhyessä ajassa (instant recycling).
1.  $M_g(t)$  kaasun massa galaksissa hetkellä  $t$ .
  2.  $M_*(t)$  galaksin tähtiin lukittu massa hetkellä  $t$ .
  3.  $M_h(t)$  galaksin metallien kokonaismassa kaasussa hetkellä  $t$ , kaasun metallipitoisuus on tällöin  $Z=M_h/M_g$ .
  4.  $p$  (tuotto=yield), keskimääräinen metallituotto tähtimassaa kohti.



# 11. Galaksiryhmät

- Galaksiryhmissä on tyypillisesti noin  $\leq 50$  jäsentä vajaan 1 Mpc alueella, kun taas galaksi-joukoissa on  $\geq 50$  jäsentä, mutta tarkkaa rajaa ei ole olemassa.
- Galaksiryhmien suurimmat galaksit ovat yleensä spiraaleja ja niiden lisäksi on paljon pieniä epäsäännöllisiä ja sferoidaali-galakseja.
- Galaksiryhmien kokonaismassat ovat tyypillisesti noin  $M \approx 10^{13} M_{\odot}$ .



Ursa Major galaksiryhmä 3.6 Mpc:n päässä M81 keskellä ja M82 sen alla.



## Galaksien väliset vuorovaikutukset III

- Voidaan olettaa että  $\Delta V_{\parallel} \ll V$  ja täten  $\Delta V_{\parallel}^2 \approx 0$ .

$$-V_{\parallel} \approx \frac{\Delta E_{k\perp}}{MV} = \frac{2G^2 m(M+m)}{b^2 V^3}$$

- Galaksin kineettinen energia vähenee siis  $\Delta E_k \propto M^2$ , massiivinen galaksi hidastuu enemmän. Lisäksi mitä nopeammin ohitus tapahtuu (suuri  $V$ ,  $\Delta E_k \propto V^{-2}$ ), sitä vähemmän galaksin liike hidastuu.
- Oletetaan seuraavaksi, että galaksi  $M$  liikkuu toisen galaksin alueen läpi, jossa on  $n$  tähteä joiden massat ovat  $m$ .

$$-\frac{dV}{dt} = \int_{b_{\min}}^{b_{\max}} nV \frac{2G^2 m(M+m)}{b^2 V^3} 2\pi b db = \frac{4\pi G^2 (M+m)}{V^2} nm \ln \Lambda$$



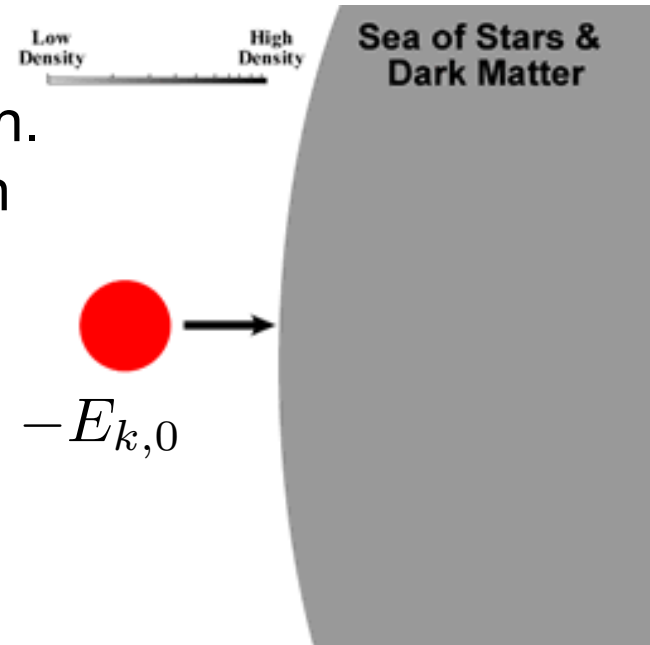
## Galaksien väliset vuorovaikutukset IV

- Galaksin hidastumista kun se kulkee toisen galaksin alueen läpi kutsutaan **dynaamiseksi kitkaksi** ja se on verrannollinen toisessa galaksissa olevan aineen massatiheyteen ( $\propto \rho$ ).
- Galaksien ohituksessa osa liike-energiasta siirtyy galaksien tähtien satunnaisiin liikkeisiin. Kauan ohituksen jälkeen galaksit ovat jälleen viriaali-tasapainossa ja systeemin liike-energia on pienempi kuin aikaisemmin.

$$E_0 = E_{k,0} + E_{p,0} \Rightarrow E_{p,0} = -2E_{k,0} \Rightarrow E_0 = -E_{k,0}$$

$$E_1 = -E_{k,0} + \Delta E_k \Rightarrow E_1 = -E_{k,1} \Rightarrow$$

$$E_{k,1} = -(E_0 + \Delta E_k) = E_{k,0} - \Delta E_k$$







# Galaksijoukot

- Noin puolet maailmankaikkeuden galakseista sijaitsevat galaksijoukoissa ja galaksiryhmissä.
- Galaksijoukoissa on yleensä 100-1000 kirkasta ( $L \geq L_*$ ) galaksia (aina vähintään  $\geq 50$ ) noin  $1.5 h^{-1} \text{Mpc}$  sisällä ja joukkojen tiheydet ovat galaksiryhmiä suurempia.
- Galaksijoukoissa on tyypillisesti myös paljon ellipsi- ja S0-galakseja, mutta vain vähän spiraaligalakseja.



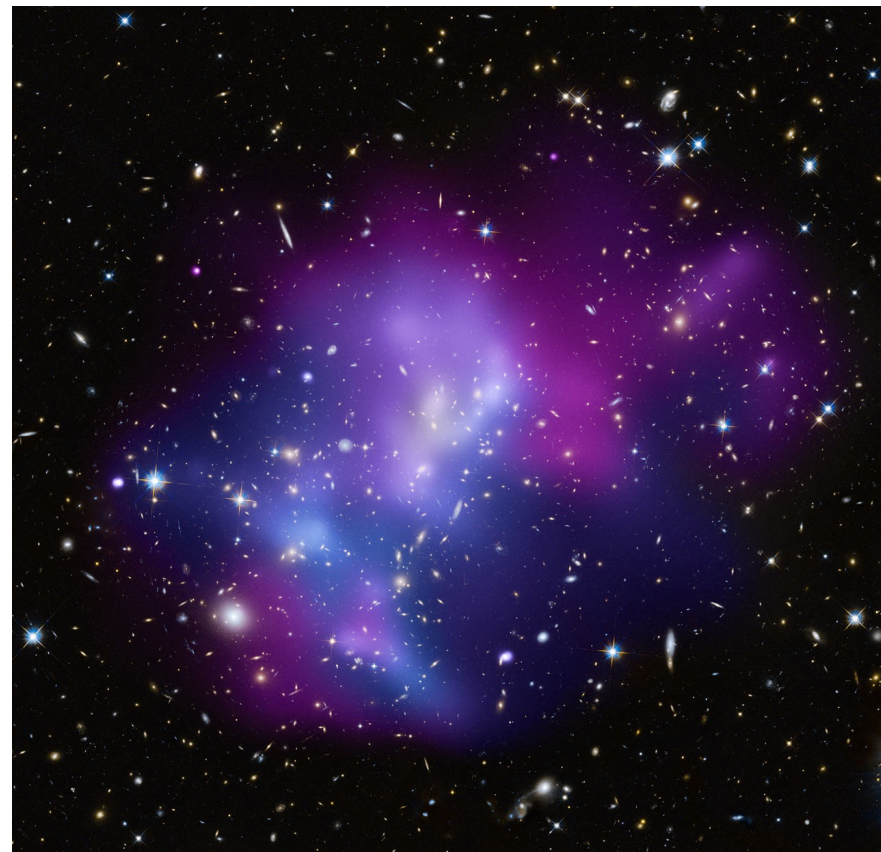
Neitsyen galaksijoukko on lähin (16.5 Mpc) suurempi galaksijoukko.





# Galaksijoukkojen kaasu

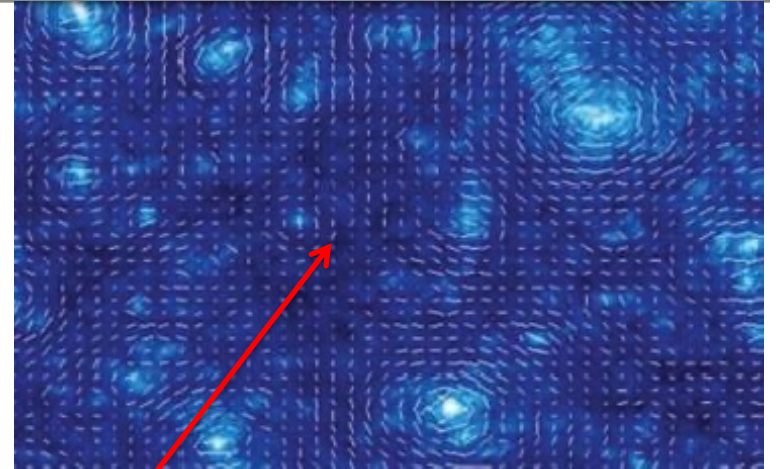
- Galaksijoukkojen galaksit liikkuvat tyypillisesti nopeuksilla 300-1000  $\text{kms}^{-1}$  (jonkun verran nopeammin kuin ryhmissä).
- Suurin osa galaksijoukkojen baryonisesta massasta on kuumassa kaasussa. Kaasun lämpötila on  $T \approx 3 \times 10^7 - 10^8 \text{ K}$  ja sen galaksien tuottama metallipitoisuus on varsin korkea ( $Z = 1/3 Z_{\odot}$ ).
- Liikkuessaan kuumassa kaasussa galaksit menettävät myös omaa kylmää kaasuaan.



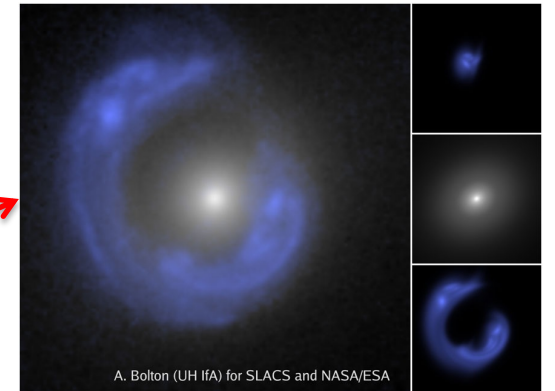
Kuumaa kaasua MACS J0717.5+3745



# Esimerkkejä gravitaatiolinssi-ilmiöistä



1. Vahvoissa gravitaatiolinseissä on selviä kaarimaisia rakenteita taustan galakseista.
2. Heikoissa gravitaatiolinseissä galaksien vääristymiä voidaan tutkia tilastollisessa mielessä.
3. Einsteinin renkaissa kohde ja linssi ovat melkein täsmälleen samalla näkösaiteella.





# Suuren mittakaavan havaintoja

- Lähiavaruuden suuren mittakaavan rakennetta voidaan havaita tekemällä galaksilaskentoja, eli havaitsemalla kaikki galaksit tietyn rajamagnitudin alapuolella.
- Suurimmat läheiset galaksijoukko-keskittymät kuten Virgo, Fornax jne. näkyvät hyvin kuvissa.
- Suhteellisen pienillä pituus-skaaloilla aine ei ole selvästikin tasaisesti jakautunutta.

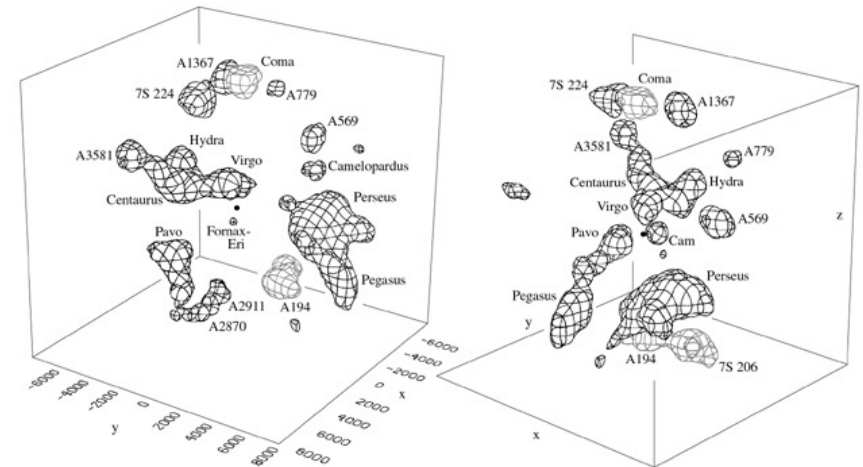
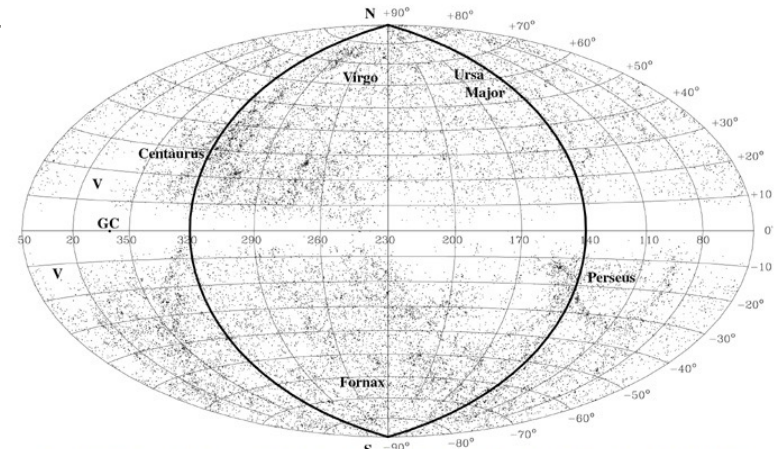


Fig 4.3 (M. Hudson) 'Galaxies in the Universe' Sparke/Gallagher CUP 2007





# Suuremman mittakaavan havaintoja

- Tekemällä havaintoja suuremmilla punasiirtymillä huomataan, että galaksit keskittyvät suuriin seinämäisiin rakenteisiin: (Great Wall,  $d=70$  Mpc) ja Great Attractor, sekä vielä suurempia rakenteita.
- Suuret rakenteet ovat edelleen romahtamassa ja vetävät puoleensa lisää galakseja.
- Suurten rakenteiden väliin jää  $>50h^{-1}$  Mpc kokoisia lähes tyhjiä void-alueita.

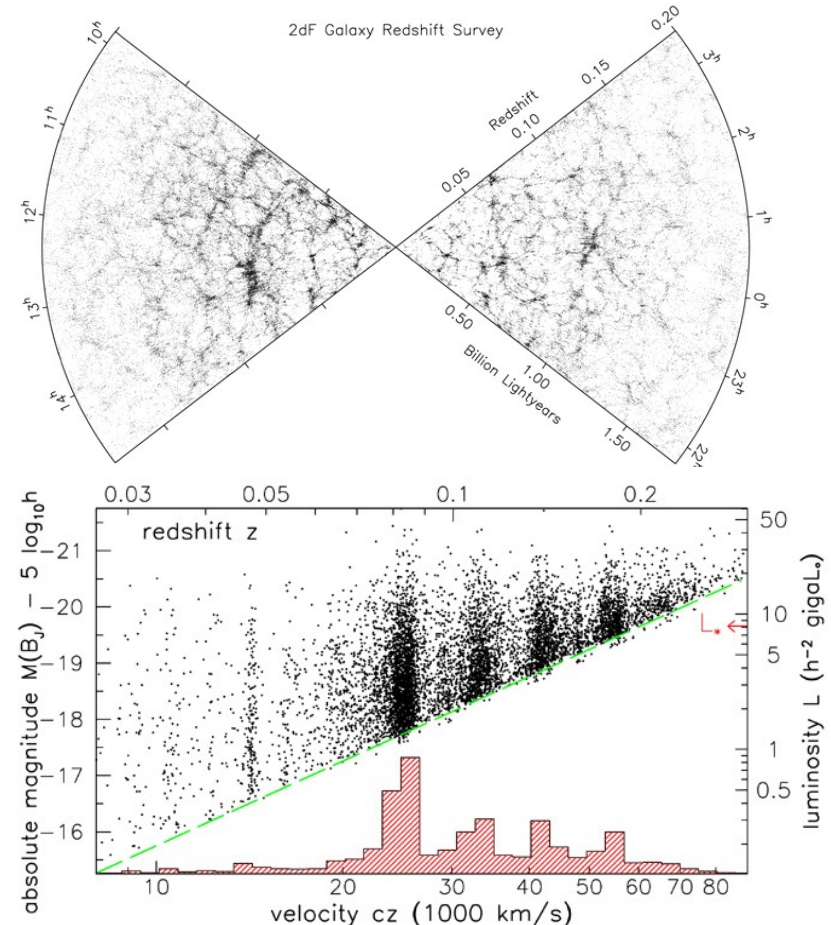
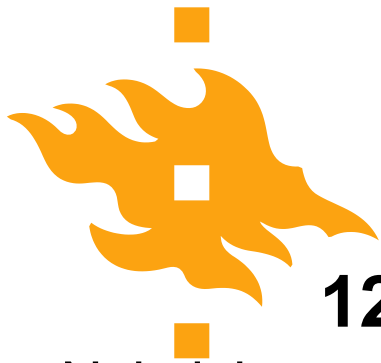
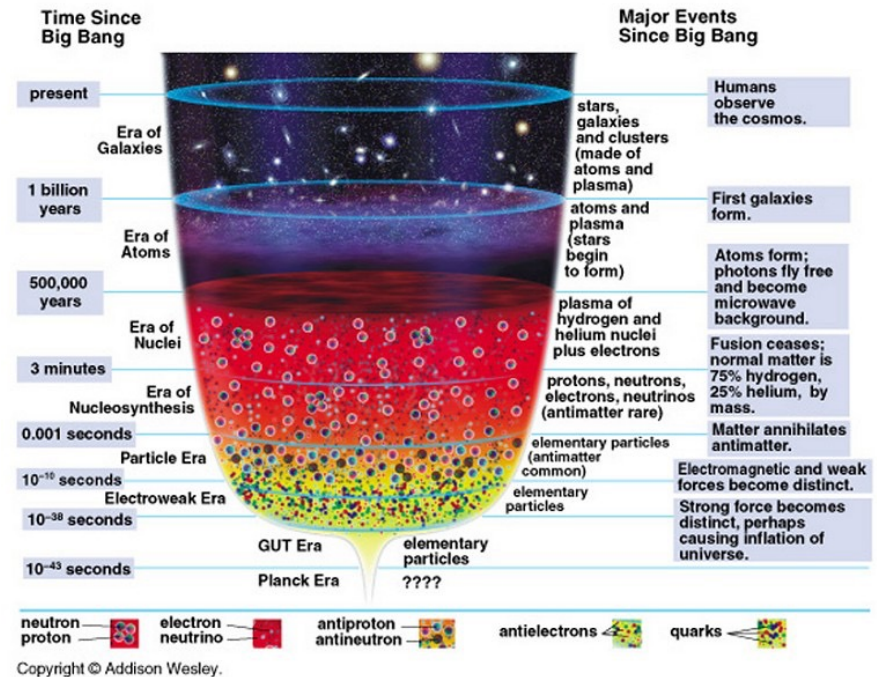


Fig 8.4 (2dF) 'Galaxies in the Universe' Sparke/Gallagher CUP 2007



## 12. Varhaisen maailmankaikkeuden aikajana I

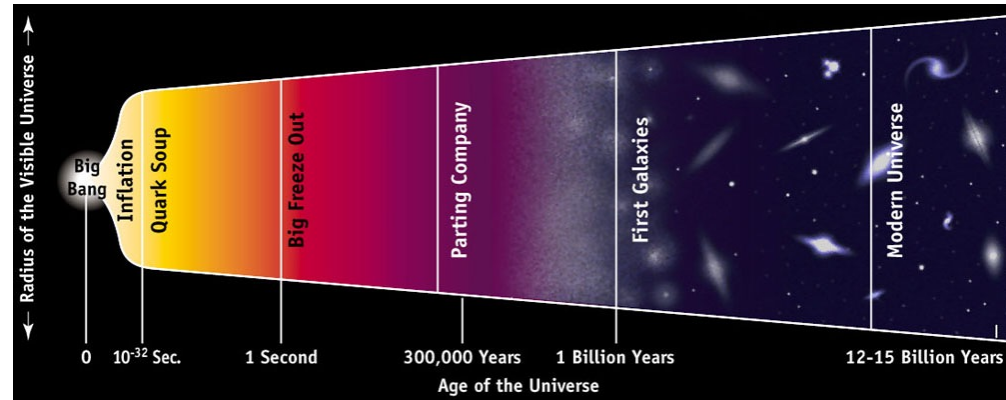
- Nykyisin ymmärrämme melko hyvin hiukkasfysiikkaa energioilla  $\leq 1$  GeV ( $\approx 10^{13}$  K), joka vastaa noin  $t \approx 10^{-6}$  sekuntia alkuräjähdyksen jälkeen. Mitä varhaisempiin aikoihin mennään, sitä epävarmemmaksi asiat menevät.
- Varhaisin hetki, mistä voi sanoa ylipäättänsä mitään on Planckin aika:  $t_p = (\hbar G / 2\pi c^5)^{1/2} \approx 5.4 \times 10^{-44}$  s. Pienin mahdollinen aikayksikkö. Fysiikan ymmärtäminen vaatii kvanttigravitaatioteorian.





# Inflaatioteoria

- Inflaatioteorian mukaan maailmankaikkeus laajeni eksponentiaalisesti ajanhetkellä  $t \approx 10^{-36} - 10^{-32}$  s, jonka välisenä aikana maailmankaikkeuden koko kasvoi tekijällä  $a \approx e^{60}$ .



- Inflaation saa aikaiseksi negatiivinen tyhjiöpaine joka on seurausta faasimuunnoksissa (GUT- $\rightarrow$ EW) syntyvästä ”väärän” tyhjiökentän, niin kutsutun inflaton-kentän energiatiheydestä. Inflaatio edellyttää:

$$\rho + 3P/c^2 < 0 \Rightarrow a \propto e^{Ht}, \quad H = \sqrt{8\pi G \rho_{\text{vac}}/3}$$



# Ratkaisut standardimallin ongelmiin

---

1. Ylivalonopeudella tapahtuma tilavuuden kasvu tekijällä  $\approx 10^{78}$  (paljon pienemmästä kuin atomi noin greippihedelmän kokoiseksi). Ylivalonnopeudella tapahtuva laajeneminen ratkaisee horisonttiongelman, koska koko havaittava maailmankaikkeus tuli hyvin pieneltä alueelta.
2. Nopea laajentuminen ratkaisee myös laakeusongelman, koska mahdollisesti epätasainen maailmankaikkeus tasoittuu kun siitä suurennetaan yksi tietty kohta hyvin voimakkaasti.
3. Monopoliongelma ratkeaa, koska niiden tiheys harvenee tekijällä  $\approx 10^{78}$  inflaatiovaiheessa.
4. Kvanttifluktuaatiot inflaton-kentässä saavat aikaiseksi Gaussisesti jakautuneita tiheysfluktuaatioita, jotka toimivat galaksien synnyn siemeninä.



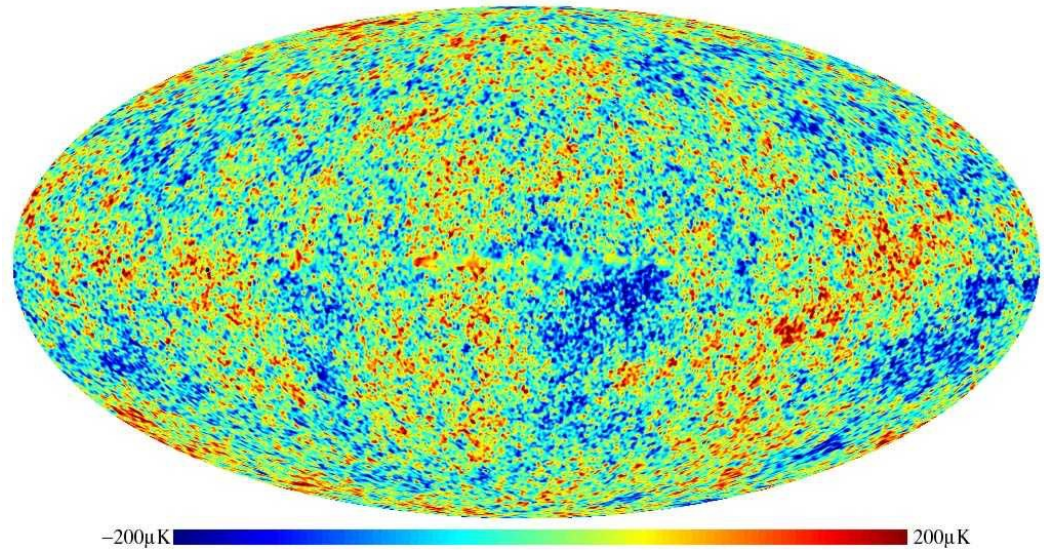
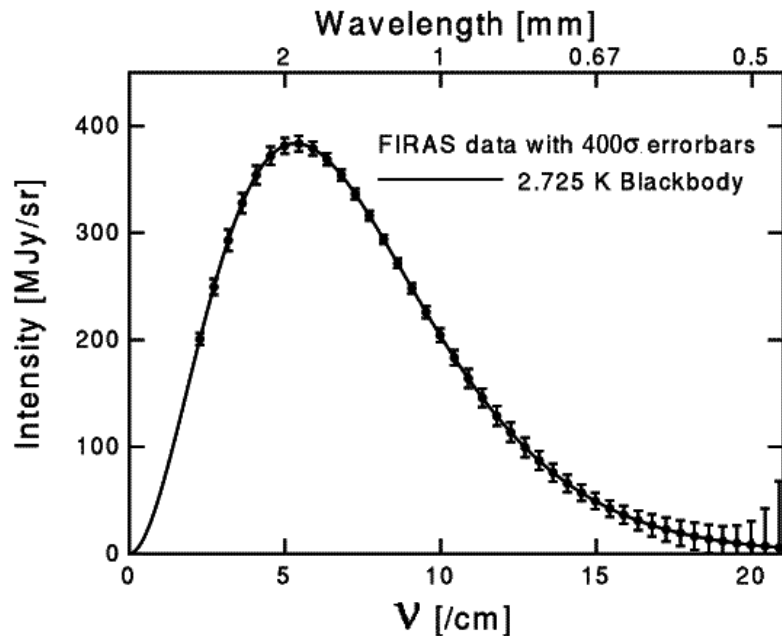
## Nukleosynteesi IV

- Deuteriumin tuotanto pääsi kunnolla vauhtiin kun  $T \leq 10^9$  K, tähän mennessä noin neljäsosa vapaista neutroneista oli hajonnut ja jäljellä oleva neutroni-protoni suhde oli noin  $n/p \approx 1/7$ .
- Deuterium muodostaa helposti  $^4\text{Heliumi}$ -ytimiä ( $2p+2n$ ). Käytännössä kaikki neutronit muodostivat Helium-ytimiä ja jäljelle jääneet protonit Vety-ytimiä,  $n/p \approx 1/7$  suhteesta seuraa että noin 25% maailmankaikkeuden massasta on heliumia ja noin 75% vetyä.
- Lisäksi jäljelle jäi pieniä määriä deuteriumia,  $^3\text{Heliumia}$  ja myös hyvin pieniä määriä litiumia.
- Raskaampia alkuaineita ei synnyt alkuräjähdyksessä, koska maailmankaikkeuden lämpötila ja tiheys laskevat hyvin nopeasti. ”Kolmen ensimmäisen minuutin” jälkeen nukleosynteesi päättyy.





# Kosminen mikroaaltotaustasäteily (CMB)



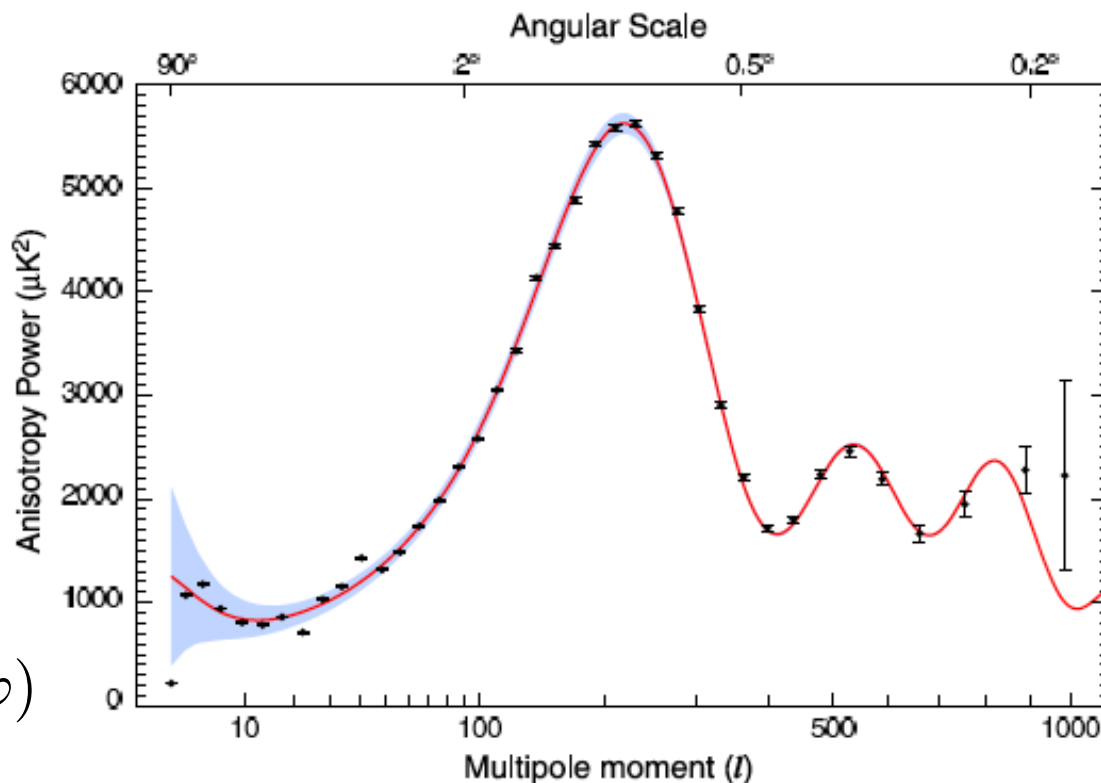
- Kosminen mikroaaltotaustasäteily on alkuräjähdyksen jälkihehku. Säteily noudattaa hyvin tarkkaan mustan kappaleen säteilyn spektriä ja sen tämän hetkinen lämpötila on  $T=2.728\pm 0.002\text{K}$  (punasiirtynyt tekijällä  $z=1100$  mikroaaltoalueelle).



# Taustasäteilyn tehospektri

- Taustasäteilystä häiriöitä voidaan kuvata tehospektrillä, joka kertoo kuinka suuria fluktuaatioita esiintyy eri skaaloilla. Suurimmat fluktuaatiot ovat  $1^\circ$ -kokoisia:

$$\frac{\Delta T}{T} = \sum_{l,m} a_{l,m} Y_{l,m}(\vartheta, \varphi)$$





## 13. Pienten häiriöiden synty

- Nykyisten teorioiden mukaan pienet tiheyshäiriöt, joista myöhemmin galaksit kehittyivät, syntyivät hyvin varhaisessa maailmankaikkeudessa, todennäköisesti inflaation aikana.
- Tämän mallin mukaan häiriöt ovat satunnaisesti ja Gaussisesti jakautuneita, niin että niiden tehospektrin indeksi ( $n$ ) on lähellä ykköstä. Tässä mallissa kaikilla skaaloilla on yhtä paljon ”tehoa”:

$$\delta_{\bar{k}} = \sum_{\bar{k}} \delta_{\bar{k}} e^{-i\bar{k}\cdot\bar{r}} \quad P_0(k) \propto k^n$$

- Nykyinen standardimalli vaatii pimeän aineen komponentin, joka on kylmä, eli epärelativistinen. Kylmä pimeä aine yhdessä pimeän energian kanssa muodostavat  $\Lambda$ CDM-teorian pääkomponentit.



# Lopullinen yhtälö pienille häiriöille

- Yhdistetään edellä olevat yhtälöt sijoittamalla jälkimmäinen yhtälö ensimmäiseen:

$$\frac{d^2 \Delta}{dt^2} + 2 \left( \frac{\dot{a}}{a} \right) \frac{d\Delta}{dt} = \frac{c_s^2}{\rho_0 a^2} \nabla_c^2 \delta\rho + 4\pi G \delta\rho$$

- Lopullinen yhtälö saadaan tekemällä aaltoyrite:  $\Delta \propto e^{i(\bar{k} \cdot \bar{r})}$

$$\frac{d^2 \Delta}{dt^2} + 2 \left( \frac{\dot{a}}{a} \right) \frac{d\Delta}{dt} = \Delta (4\pi G \rho_0 - k^2 c_s^2)$$

- Tämä toisen kertaluvun differentiaaliyhtälö kuvaa yleisesti miten tiheyshäiriöt  $\Delta = \delta\rho/\rho_0$  kehittyvät epärelativistisessä tapauksessa.



# Yhtälöiden ratkaisuja - Staattinen

- Ratkaisemme yhtälön ensiksi yksinkertaisimmassa tapauksessa, eli staattisessa tapauksessa jolloin  $\dot{a} = 0$ . Tällöin yhtälö yksinkertaistuu muotoon: 
$$\frac{d^2 \Delta}{dt^2} = \Delta(4\pi G \rho_0 - k^2 c_s^2)$$

- Tämä on tuttu Jeansin yhtälö, joka voidaan ratkaista helposti eksponentiaaliyritteellä:

$$\dot{a} = 0 \Rightarrow \delta_{\pm} \propto e^{\pm \sqrt{4\pi G \bar{\rho}} t}$$

$$c_s^2 k^2 - 4\pi G \rho_0 = 0 \Rightarrow \lambda_J = \frac{2\pi}{k_J} = c_s \left( \frac{\pi}{G \rho} \right)^{1/2} \quad \text{Jos } \lambda > \lambda_J \text{ eksponentiaalien kasvu.}$$

- Jeansin massa on massa joka mahtuu palloon jonka läpimitta on  $\lambda_J$ :

$$M_J = \frac{\pi}{6} \lambda_J^3 \rho_m$$



# Yhtälön ratkaisuja – Laajeneva malli II

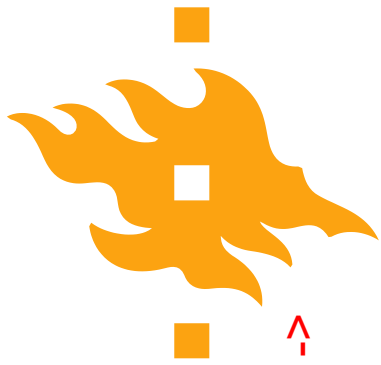
---

- Tehdään yhtälöön polynomiyrite:

$$\Delta \propto t^n \Rightarrow n(n-1) + \frac{4}{3}n - \frac{2}{3} = 0 \Rightarrow n_1 = \frac{2}{3}, n_2 = -1$$

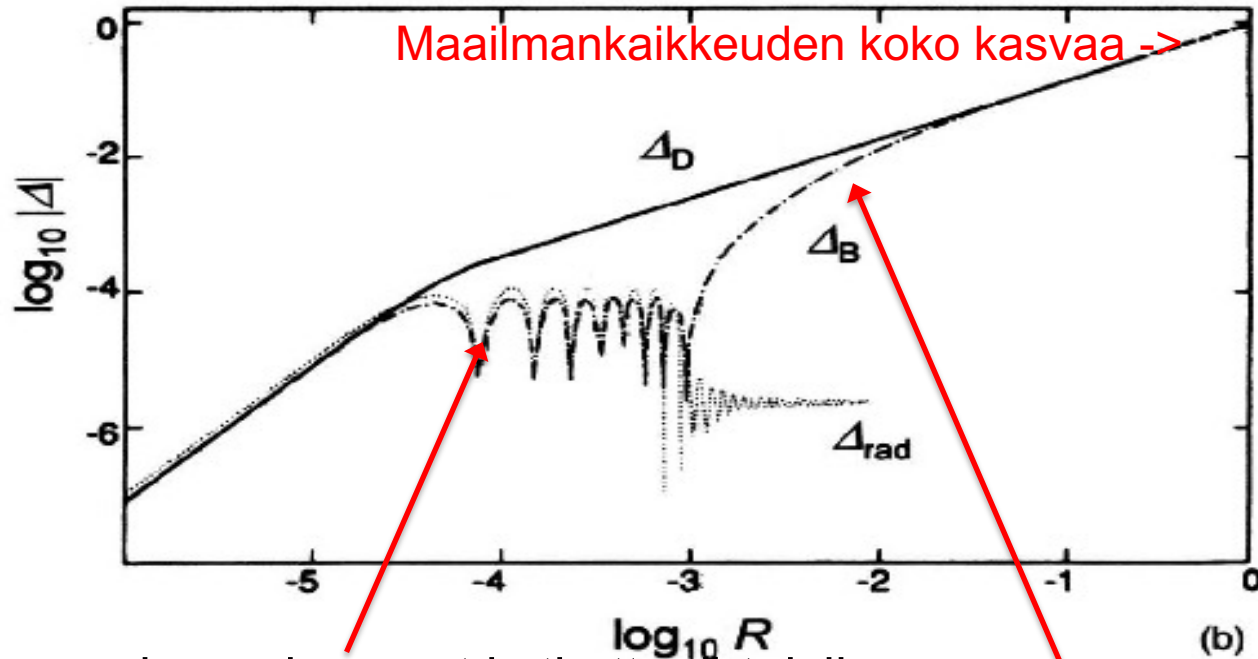
- Saadaan kaksi ratkaisua, suureneva ja pienenevä kasvu tiheyshäiriölle. Suureneva ratkaisu vastaa tiheyshäiriön kasvua laajenevassa maailmankaikkeudessa ja toisin kuin staattisessa tapauksessa tämä kasvu tapahtuu vain kuten  $t^{2/3}$  tai kääntäen verrannollisesti punasiirtymään:

$$\Delta \propto t^{2/3} \propto a = (1+z)^{-1}$$



# Pimeän aineen merkitys

Tiheyshäiriöiden koko kasvaa ->

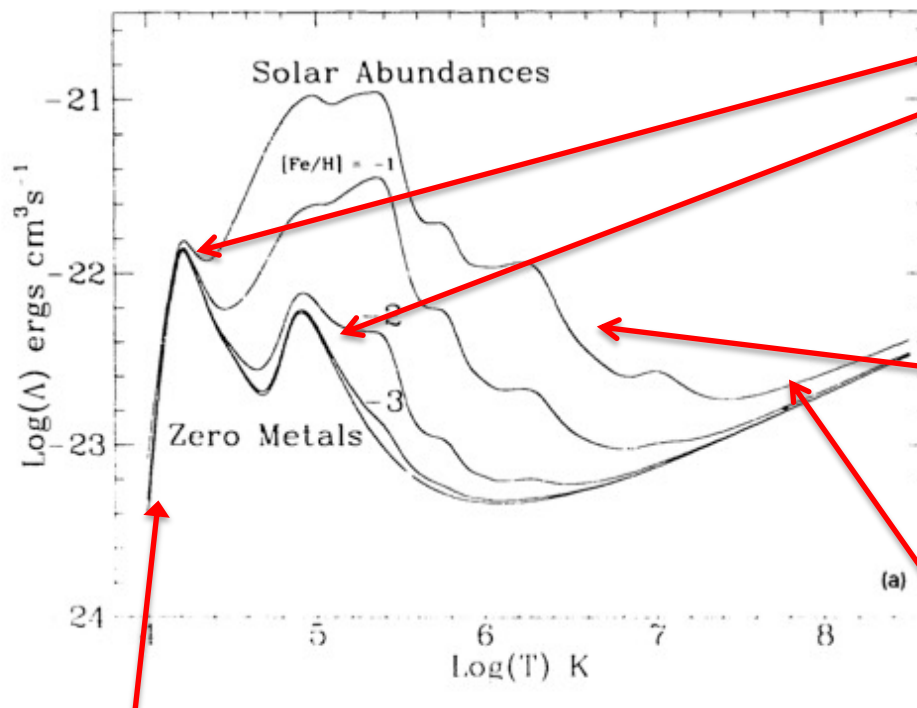


- Säteily ja baryoninen aine ovat kytkettyinä toisiinsa.
- Rekombinaation jälkeen baryonit voivat pudota pimeän aineen muodostamiin potentiaalikuoppiin. Ilman pimeää ainetta tiheyshäiriöt eivät ehtisi kasvaa riittävän suuriksi ja galakseja ei olisi olemassa!





# Galaksien synty: Kaasun viileneminen



Ionisoituneen vedyn ja heliumin rekombinaatio ja bound-bound-siirtymät.

Eri metallien siirtymiä: kaasun jäähtyminen voimistuu merkittävästi kun metallipitoisuus kasvaa.

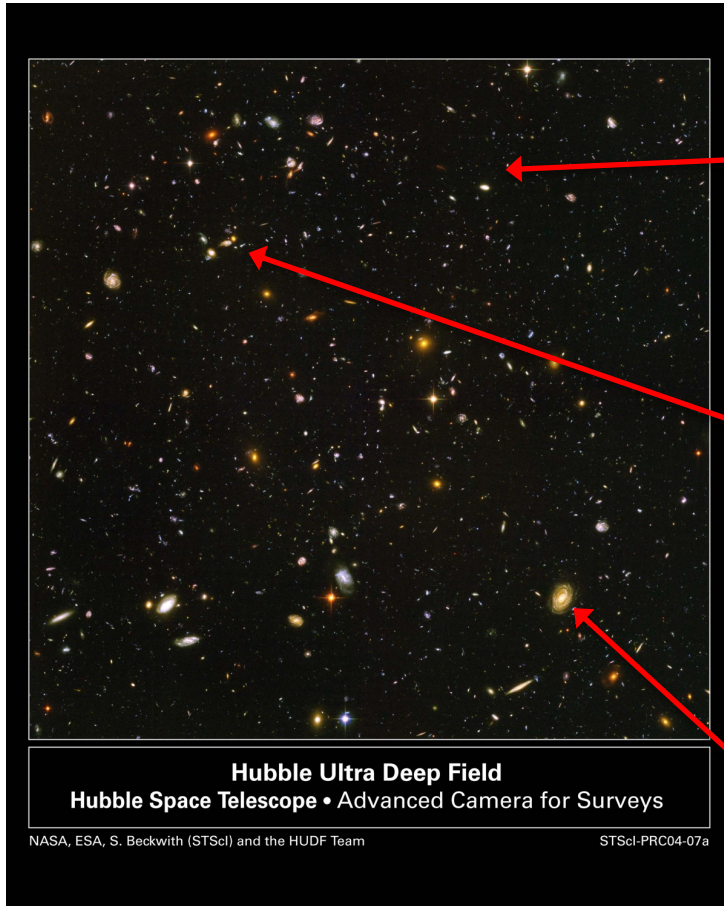
Säteilyä molekyylien ja metalliatomien sisäisistä siirtymistä.

Termistä jarrutussäteilyä:

$$dE/dt \propto N^2 T^{1/2}$$



## Vastaavatko havainnot teoriaa?



Kaukaisimmat galaksit kuvassa ovat pieniä ja punasiirtymällä  $z \sim 6$  noin miljardi vuotta alkuräjähdyksen jälkeen.

Monet galaksit ovat epäsäännöllisiä, painovoima-vuorovaikutukset yleisempiä varhaisessa maailman-kaikkeudessa. Rakenne kasvaa pienemmästä suurempaan.

Suurimmat näkyvissä olevat galaksit ovat verrattain lähellä ( $z \sim 0.1$ ) olevia säännöllisiä spiraali- ja ellipsigalakseja.



## Loppuentti 18.12 klo 9-13 Sali E207 Physicum

---

- Tentissä on 5 tehtävää, joista voi saada yhteensä 30 pistettä. Laskuharjoitusten maksimi-pluspistemäärä on 6 pistettä.
- Tentissä tulee olemaan todennäköisesti kaksi kirjallista tehtävää ja kolme laskutehtävää, yksi laskutehtävistä perustuu enemmän tai vähemmän suoraan laskuharjoitustehtävään. Kynä ja laskin mukaan.
- Tentissä jaetaan kaavakokoelma, joten pitkiä kaavoja ja johtoja ei tarvitse osata ulkoa.
- Tentin kannalta on tärkeintä hallita ja ymmärtää käsitteet ja fysikaaliset ilmiöt. Muistakaa aina myös tarkistaa, että tulokset ovat järkeviä ja fysikaalisia.
- Kiitoksia osallistumisesta syksyn 2023 kurssille ja muistakaa antaa palautetta kurssista! Onnea tenttiin!