



Galaksit ja kosmologia

FYS2052, 5 op, syksy 2023

E207 Physicum

Luento 13: Galaksien synty ja kehitys
04/12/2023



Tällä luennolla käsitellään

1. Pienten tiheyshäiriöiden synty.
2. Johdetaan toisen kertaluvun differentiaaliyhtälöt tiheyshäiriöiden kehitykselle.
3. Ratkaistaan yhtälöt staattiselle ja laajenevalle tapaukselle.
4. Pimeän aineen ja pimeän energian rooli galaksien synnyssä.
5. Kaasun viilenemisestä galakseissa, ensimmäiset tähdet sekä ala- ja ylärajat galaksien massoille.
6. Galaksihavaintoja suurilla punasiirtymillä.
7. Vastaa soveltuvin osin: **CBMB**: sivut 361-389
S&G: luvut 7.3-7.4 (vanha painos)
S&G: luvut 8.3-8.5 (uusi painos)



13.1 Pienten tiheyshäiriöiden synty

- Nykyisten teorioiden mukaan ne pienet tiheyshäiriöt, joista myöhemmin galaksit kehittyivät, syntyivät hyvin varhaisessa maailmankaikkeudessa. Todennäköisesti tämä tapahtui inflaation yhteydessä.
- Tämän mallin mukaan häiriöt ovat satunnaisesti ja Gaussisesti jakautuneita, niin että niiden tehosppektrin indeksi (n) on lähellä ykköstä. Tässä mallissa kaikilla skaaloilla on lähes yhtä paljon ”tehoa”:

$$\delta_{\bar{k}} = \sum_{\bar{k}} \delta_{\bar{k}} e^{-i\bar{k}\cdot\bar{r}} \quad P_0(k) \propto k^n$$

- Nykyinen standardimalli vaatii pimeän aineen komponentin, joka on kylmä, eli epärelativistinen. Kylmä pimeä aine yhdessä pimeän energian kanssa muodostavat Λ CDM-teorian peruspilarit.



Pienten häiröiden kasvu I

- Perusyhtälöt kaasulle painovoimakentässä Lagrangen muodossa, missä kokonaisaikaderivaatta määritellään:

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\bar{v} \cdot \nabla)$$

1. Jatkuvuusyhtälö:
$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \nabla \cdot \bar{v}$$

2. Liikkeyhtälö (Eulerin yhtälö):
$$\frac{d\bar{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - \nabla \phi$$

3. Painovoimayhtälö (Poissonin yhtälö):
$$\nabla^2 \phi = 4\pi G \rho$$



Pienten häiriöiden kasvu II

- Lausutaan nopeus (v), tiheys (ρ), paine (p) ja potentiaali (Φ) keskiarvon ja pienen häiriön summana:

$$\bar{v} = \bar{v}_0 + \delta\bar{v} \quad \rho = \rho_0 + \delta\rho \quad p = p_0 + \delta p \quad \phi = \phi_0 + \delta\phi$$

- Kolme perusyhtälöä voidaan nyt lausua häirityssä muodossa, missä $\Delta = \delta\rho/\rho_0$:

1. $\frac{d}{dt} \left(\frac{\delta\rho}{\rho_0} \right) = \frac{d\Delta}{dt} = -\nabla \cdot \delta\bar{v}$

2. $\frac{d(\delta\bar{v})}{dt} + (\delta\bar{v} \cdot \nabla)\bar{v}_0 = -\frac{1}{\rho_0} \nabla\delta p - \nabla\delta\phi$

3. $\nabla^2\delta\phi = 4\pi G\delta\rho$



Pienten häiröiden kasvu III

- Laajenevassa maailmankaikkeudessa nopeus voidaan lausua:

$$\bar{v} = \frac{da}{dt} \bar{r} + a(t) \frac{d\bar{r}}{dt} = \bar{v}_0 + \delta\bar{v}, \quad \delta\bar{v} = a\bar{u}$$

- Sijoittamalla tämä häirittyyn Eulerin yhtälöön saadaan:

$$\frac{d}{dt}(a\bar{u}) + (a\bar{u} \cdot \nabla) \dot{\bar{r}}_0 = -\frac{1}{\rho_0} \nabla \delta p - \nabla \delta \phi$$

- Sitten vaihdetaan paikkaderivaatat, mukana-laajeneviin derivaattoihin (∇_c) ja käytetään hyväksi alla olevaa tulosta toiselle termille:

$$\frac{d}{dx} = \frac{1}{a} \nabla_c \quad (a\bar{u} \cdot \nabla) \dot{\bar{r}}_0 = \dot{a}\bar{u}$$



Pienten häiriöiden kasvu IV

- Sijoitetaan Eulerin yhtälöön käyttäen mukana-laajenevia derivaattoja:

$$\frac{d\bar{u}}{dt} + 2 \left(\frac{\dot{a}}{a} \right) \bar{u} = -\frac{1}{\rho_0 a^2} \nabla_c \delta p - \frac{1}{a^2} \nabla_c \delta \phi$$

- Tutkitaan sitten adiabaattisia häiriöitä: $\partial p / \partial \rho = c_s^2$
- Otetaan sitten lopuksi vielä divergenssi Eulerin yhtälöstä sekä aikaderivaatta jatkuvuusyhtälöstä:

$$\nabla_c \cdot \dot{\bar{u}} + 2 \left(\frac{\dot{a}}{a} \right) \nabla_c \cdot \bar{u} = -\frac{c_s^2}{\rho_0 a^2} \nabla_c^2 (\delta \rho) - \frac{1}{a^2} \nabla_c^2 (\delta \phi)$$

$$\frac{d^2 \Delta}{dt^2} = -\nabla_c \cdot \dot{\bar{u}}$$



Lopullinen yhtälö pienille häiriöille

- Yhdistetään edellä olevat yhtälöt sijoittamalla jälkimmäinen yhtälö ensimmäiseen:

$$\frac{d^2 \Delta}{dt^2} + 2 \left(\frac{\dot{a}}{a} \right) \frac{d\Delta}{dt} = \frac{c_s^2}{\rho_0 a^2} \nabla_c^2 \delta\rho + 4\pi G \delta\rho$$

- Lopullinen yhtälö saadaan tekemällä aaltoyrite: $\Delta \propto e^{i(\bar{k} \cdot \bar{r})}$

$$\frac{d^2 \Delta}{dt^2} + 2 \left(\frac{\dot{a}}{a} \right) \frac{d\Delta}{dt} = \Delta(4\pi G \rho_0 - k^2 c_s^2)$$

- Tämä toisen kertaluvun differentiaaliyhtälö kuvaa yleisesti miten pienet tiheyshäiriöt $\Delta = \delta\rho/\rho_0$ kehittyvät epärelativistisessä tapauksessa.



13.2 Yhtälöiden ratkaisuja - Staattinen

- Ratkaisemme yhtälön ensiksi yksinkertaisimmassa tapauksessa, eli staattisessa tapauksessa jolloin $\dot{a} = 0$. Tällöin yhtälö yksinkertaistuu muotoon:
$$\frac{d^2 \Delta}{dt^2} = \Delta(4\pi G \rho_0 - k^2 c_s^2)$$

- Tämä on tuttu Jeansin yhtälö, joka voidaan ratkaista helposti eksponentiaaliyritteellä:

$$\dot{a} = 0 \Rightarrow \delta_{\pm} \propto e^{\pm \sqrt{4\pi G \bar{\rho}} t}$$

$$c_s^2 k^2 - 4\pi G \rho_0 = 0 \Rightarrow \lambda_J = \frac{2\pi}{k_J} = c_s \left(\frac{\pi}{G \rho} \right)^{1/2} \quad \text{Jos } \lambda > \lambda_J \text{ eksponentiaalien kasvu.}$$

- Jeansin massa on massa joka mahtuu palloon jonka läpimitta on λ_J :

$$M_J = \frac{\pi}{6} \lambda_J^3 \rho_m$$



Jeansin massan merkitys

- Jeansin massa ilmoittaa rajamassan termisen kaasun paineesta johtuvan voiman ja painovoiman välillä. Terminen kaasun paine (eli lämpötila) vastustaa romahtamista ja painovoima pyrkii saamaan kappaleen romahtamaan.

$$M_J = C \frac{c_S^3}{\rho^{1/2}}$$

- Mikäli kappaleen massa ylittää Jeansin massan se romahtaa kasaan ja mikäli massa alittaa Jeansin massan se on stabiili. Kylmät ja tiheät kappaleet romahtavat kasaan, kuumat ja harvat kappaleet eivät voi romahtaa kasaan.
- Jeansin massa punasiirtymän funktiona kertoo minkä kokoluokan kohteet voivat syntyä milläkin punasiirtymällä.



Yhtälön ratkaisuja – Laajeneva malli I

- Laajenevassa maailmankaikkeudessa $\dot{a} > 0$ ja meidän täytyy ratkaista alla oleva yhtälö (Tässä tarkastellaan massiivisia painovoiman dominoivia häiriöitä, jolloin $k^2 c_s^2$ -tekijä voidaan unohtaa):

$$\frac{d^2 \Delta}{dt^2} + 2 \left(\frac{\dot{a}}{a} \right) \frac{d\Delta}{dt} = 4\pi G \rho \Delta$$

- Tarkastellaan aluksi maailmankaikkeutta, jossa on vain ainetta: $\Omega_m = 1$. Luennot 6 osoitettiin, että tällöin $t \propto a^{3/2}$, eli $a \propto t^{2/3}$. Saamme siis seuraavat yhtälöt:

$$\Omega_m = 1, \Rightarrow a = \left(\frac{3}{2} H_0 t \right)^{2/3}, \quad \frac{\dot{a}}{a} = \frac{2}{3t}, \quad 4\pi G \rho = \frac{2}{3t^2}$$

$$\frac{d^2 \Delta}{dt^2} + \frac{4}{3t} \frac{d\Delta}{dt} - \frac{2}{3t^2} \Delta = 0$$



Yhtälön ratkaisuja – Laajeneva malli II

- Tehdään yhtälöön polynomiyrite:

$$\Delta \propto t^n \Rightarrow n(n-1) + \frac{4}{3}n - \frac{2}{3} = 0 \Rightarrow n_1 = \frac{2}{3}, n_2 = -1$$

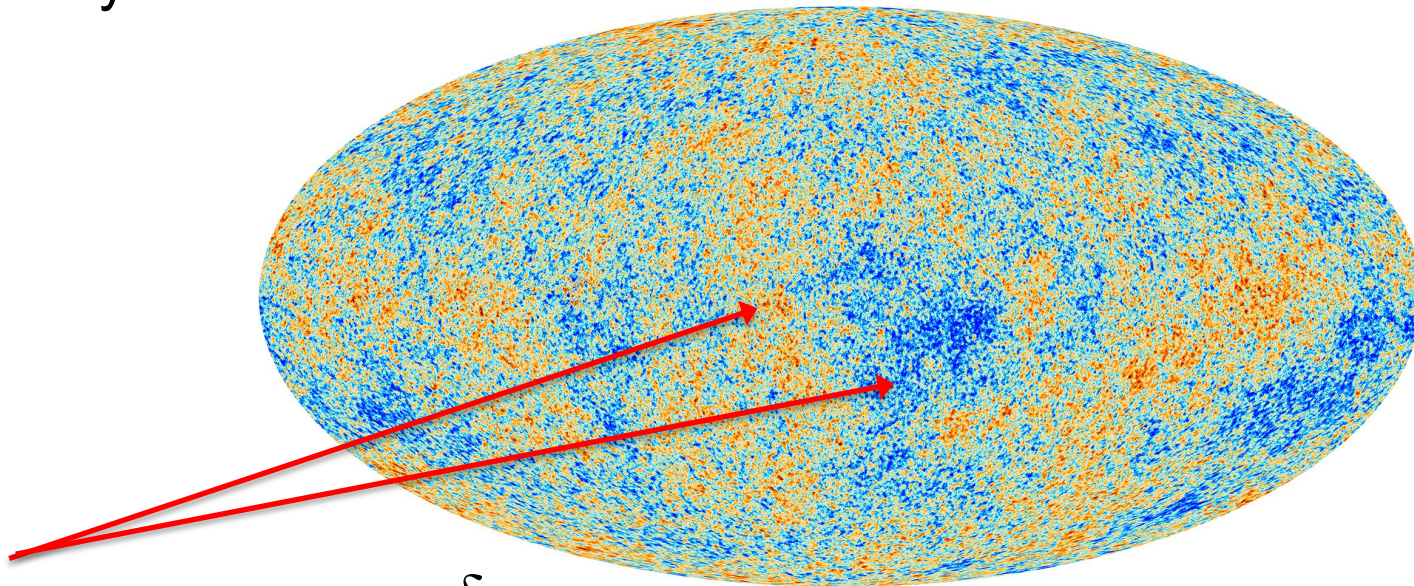
- Saadaan kaksi ratkaisua, suureneva ja pienenevä kasvu tiheyshäiriölle. Suureneva ratkaisu vastaa tiheyshäiriön kasvua laajenevassa maailmankaikkeudessa ja toisin kuin staattisessa tapauksessa tämä kasvu tapahtuu vain verrannollisena $\propto t^{2/3}$ tai kääntäen verrannollisesti punasiirtymään:

$$\Delta \propto t^{2/3} \propto a = (1+z)^{-1}$$



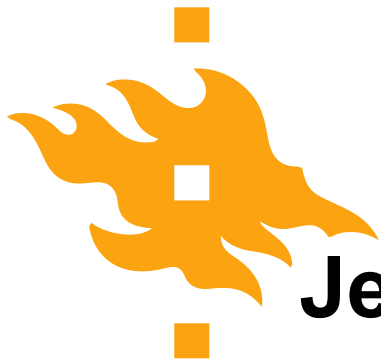
13.3 Galaksien synty: Pimeä aine

- Kosminen mikroaaltotaustasäteily toimii galaksien synnyn alkuehtona. Tiedämme havainnoista kuinka suuria tiheyshäiriöt olivat punasiirtymällä $z \approx 1100$.



$$\frac{\delta T}{T} \sim 10^{-5} \Rightarrow \delta = \frac{\delta \rho}{\rho} \sim 10^{-5}$$

Tänään galakseilla: $\delta \sim 10^6$
ja galaksijoukoilla: $\delta \sim 10^3$



Jeansin massa suurilla punasiirtymillä

- Nukleosynteesin jälkeen maailmankaikkeus koostui atomiytimistä ja vapaista elektroneista. Fotonit sirosivat tehokkaasti elektroneista Thomson-sironnan kautta. Täten aine ja säteily oli kytkettynä toisiinsa ja kaasun efektiivinen äänennopeus oli $c/\sqrt{3}$. Jeansin massa oli tällöin:

$$M_J = \frac{3.75 \times 10^{15}}{(\Omega_b h^2)^2} M_\odot$$

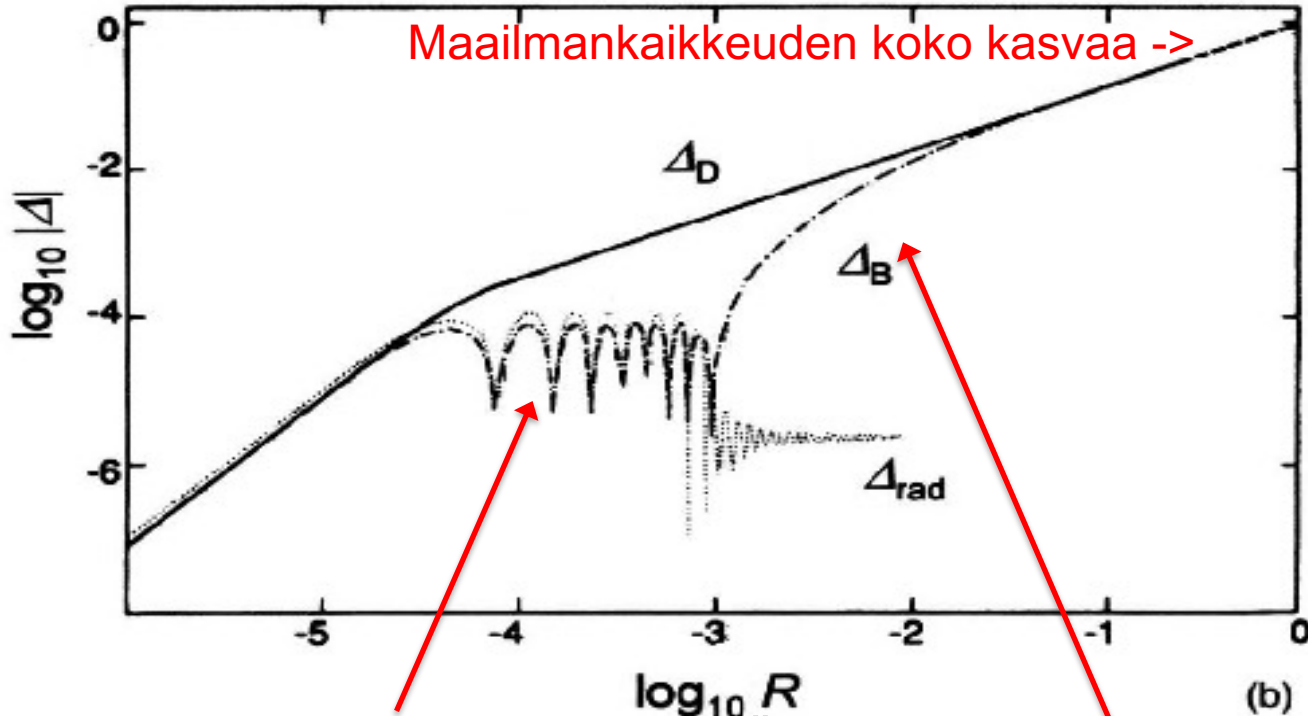
- Rekombinaation jälkeen (CMB syntyy) kaasu ja aine ei ole enää kytkettynä toisiinsa ja äänennopeus on nyt $c_s = (5kT/3m_H)^{1/2}$, missä $T=3000$ K ja m_H on vetyatomin massa. Jeansin massa nyt:

$$M_J = 1.6 \times 10^5 (\Omega_0 h^2)^{-1/2} M_\odot$$



Pimeän aineen merkitys

Tiheyshäiriöiden koko kasvaa ->



- Säteily ja baryoninen aine ovat kytkettynä toisiinsa.
- Rekombinaation jälkeen baryonit voivat pudota pimeän aineen muodostamiin potentiaalikuoppiin. Ilman pimeää ainetta tiheyshäiriöt eivät ehtisi kasvaa riittävän suuriksi ja galakseja ei olisi olemassa!



Pimeän energian merkitys

$$H(z) = H_0 [\Omega_{m,0}(1+z)^3 + \Omega_{k,0}(1+z)^2 + \Omega_{\Lambda,0}]^{1/2}$$

$$H_0 = 71 \text{ (km/s)/Mpc}, \quad \Omega_{m,0} = 0.26, \quad \Omega_{\Lambda,0} = 0.74, \quad \Omega_{k,0} = 0$$

$$\text{At } z \sim 6, \quad \Omega_{m,z=6} = 0.99, \quad \Omega_{\Lambda,z=6} = 0.01$$

- Suurilla punasiirtymillä pimeän energian vaikutus maailmankaikkeuden laajenemiseen on häviävän pieni. Pimeän energian vaikutus kasvaa maailmankaikkeuden tilavuuden kanssa. Punasiirtymillä $z < 1$ pimeä energia dominoi jo maailmankaikkeuden energiabudjettia.
- Tulevaisuudessa laajeneminen kiihtyy eksponentiaaliseksi ja rakenteen muodostuminen pysähtyy. Pimeä energia vaikeuttaa aina rakenteen syntymistä, koska se on vastavoima painovoimalle.

$$a(t) \propto e^{\Omega_{\Lambda}^{1/2} H_0 t}$$



Rakenteen epälineaarinen kasvu

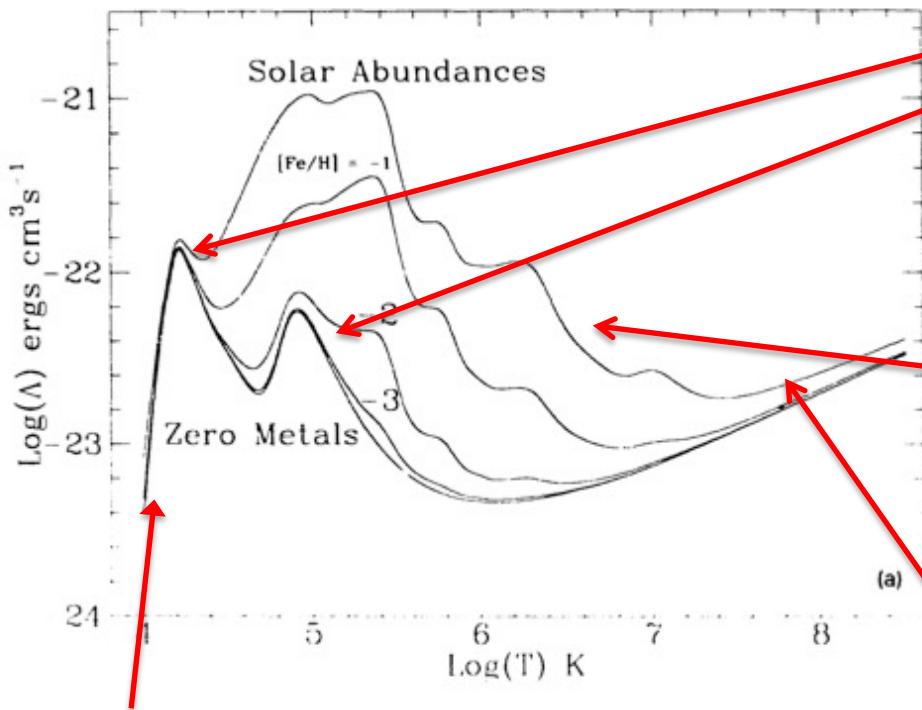
Linnunradan pimeä aine – Diemand et al. (2008)

- Kun tiheyshäiriöt ovat $\Delta \sim 1$, lineaariteoria ei enää päde. Mallintamisessa käytetään tällöin yleensä numeerisia simulaatioita.
- Yksinkertaisen pallomaisen luhistumisen laskelman mukaan luhistumisen loppuvaiheessa $\Delta \sim 178$ ja tällöin pimeän aineen halo on myös viraalisoitunut, eli viriaaliteoreema on voimassa: $2U+T=0$.
- Viriaalimassaa ja viriaalisädettä pidetäänkin usein pimeän aineen halon koon määritelmänä.





13.4 Galaksien synty: Kaasun viileneminen



Ionisoituneen vedyn ja heliumin rekombinaatio ja bound-bound-siirtymät.

Eri metallien siirtymiä: kaasun jäähtyminen voimistuu merkittävästi kun metallipitoisuus kasvaa.

Säteilyä molekyylien ja metalliatomien sisäisistä siirtymistä.

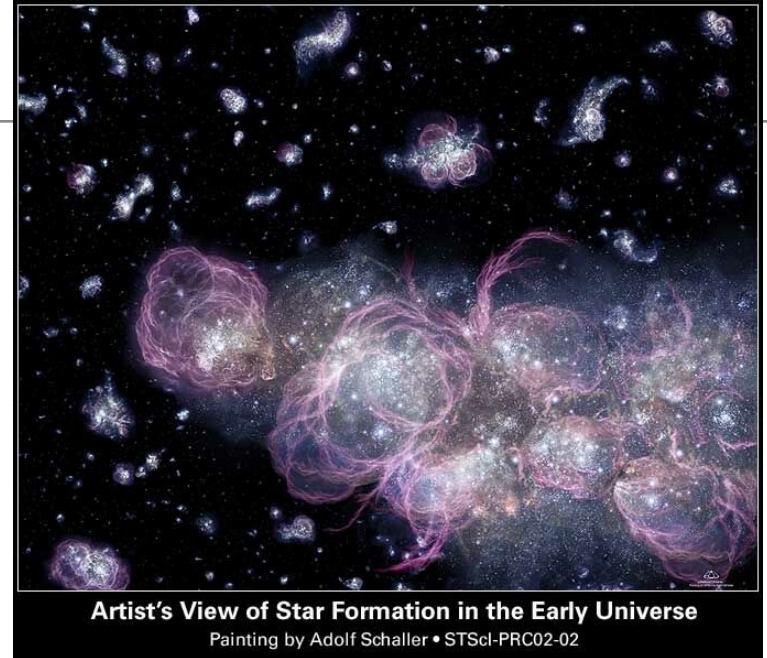
Termistä jarrutussäteilyä:

$$dE/dt \propto N^2 T^{1/2}$$



Ensimmäiset tähdet

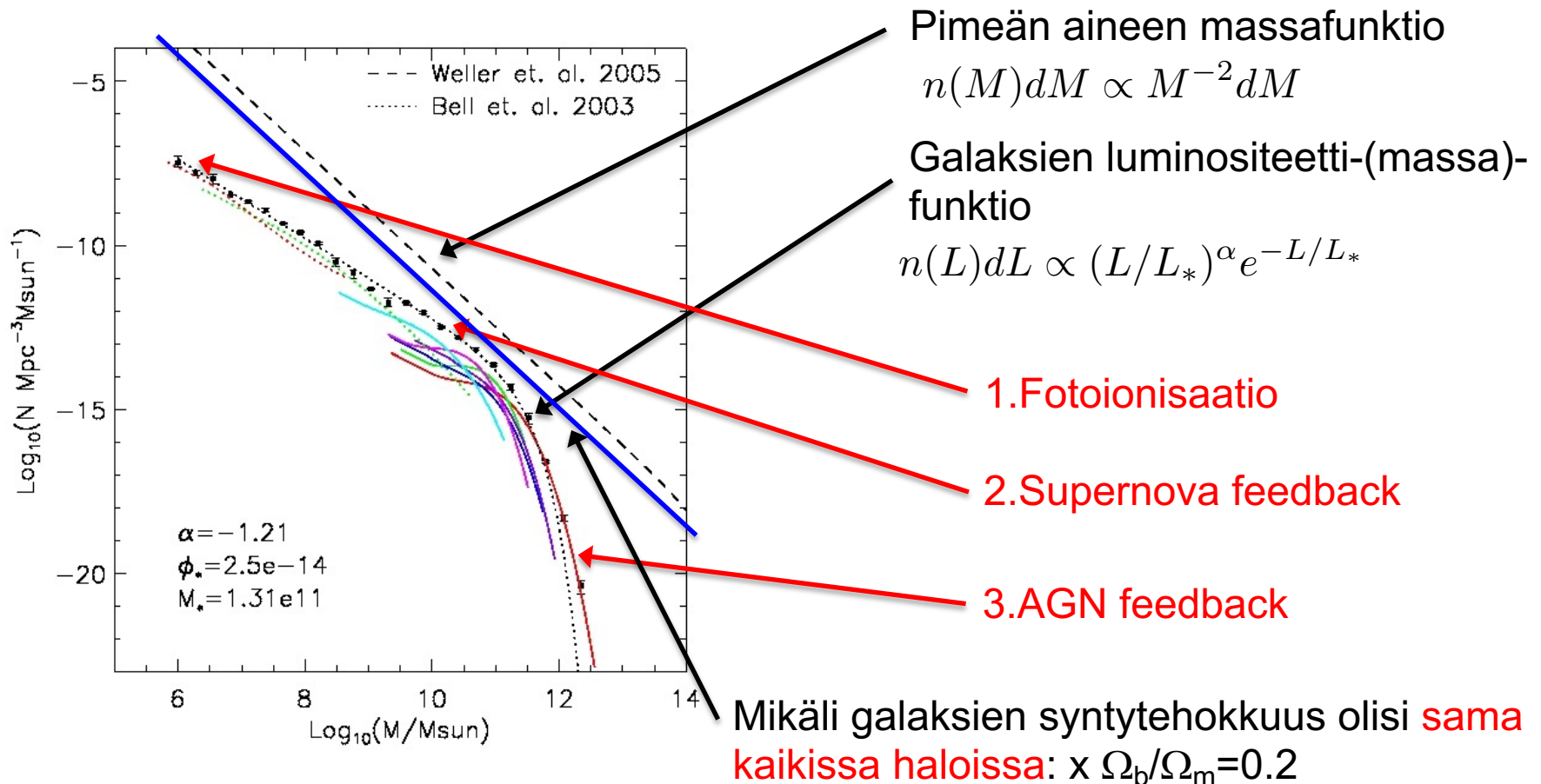
- Alkuräjähdyksessä syntyi 75 % vetyä, 25 % heliumia ja hyvin pieniä määriä litiumia, mutta ei lainkaan raskaita alkuaineita.
- Ensimmäiset tähdet syntyivät tästä kaasusta ja koska jäähtyminen oli tehotonta puuttuvien raskaiden alkuaineiden takia ($T \approx 300$ K), tarvittiin hyvin suuri massa ennen kuin tähden gravitaatio pystyi ylittämään kaasun paineen ja muodostua.



Ensimmäiset tähdet syntyivät noin 200-300 miljoonaa vuotta alkuräjähdyksen jälkeen ja olivat mahdollisesti hyvin massiivisia ($M \approx 100-300 M_{\odot}$) ja elivät hyvin lyhyen ajan $t \sim 1-5$ Myr) -> Räjähivät supernovina!



Galaksien massojen rajat





13.5 Kaukaisten galaksien havaintoja

- Havaitessa kaukaisia galakseja täytyy ottaa huomioon että niiden pintakirkkaus pienenee verrannollisena $\propto(1+z)^4$ (Katso Luento 5).
- Kaukaiset kohteet vaativat pitkiä valotuksia hyvin suurilla kaukoputkilla ja tämä on yksi pääsyy miksi JWST (Hubble avaruuskaukoputken seuraaja) ja E-ELT observatorioita rakennetaan.

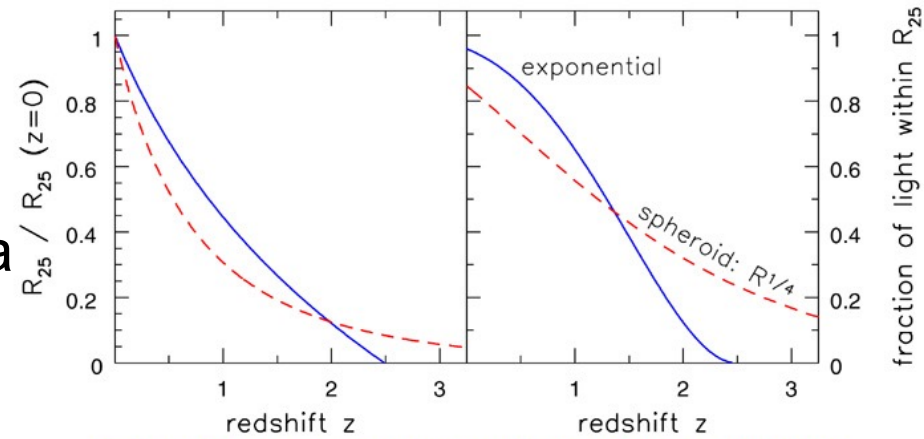
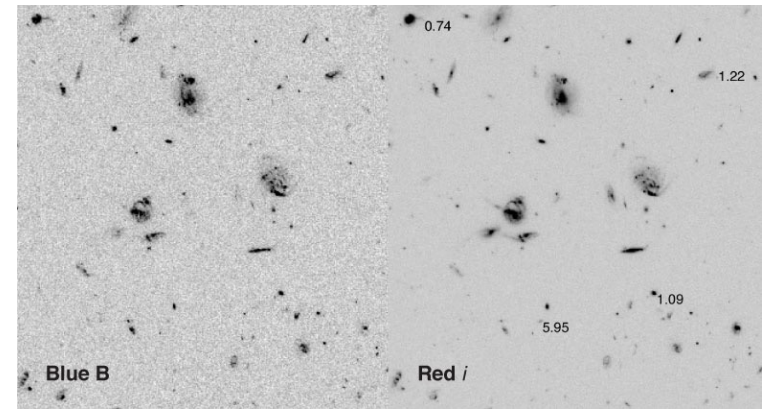


Fig 8.10 'Galaxies in the Universe' Sparke/Gallagher CUP 2007



K- ja E-korjaus termi

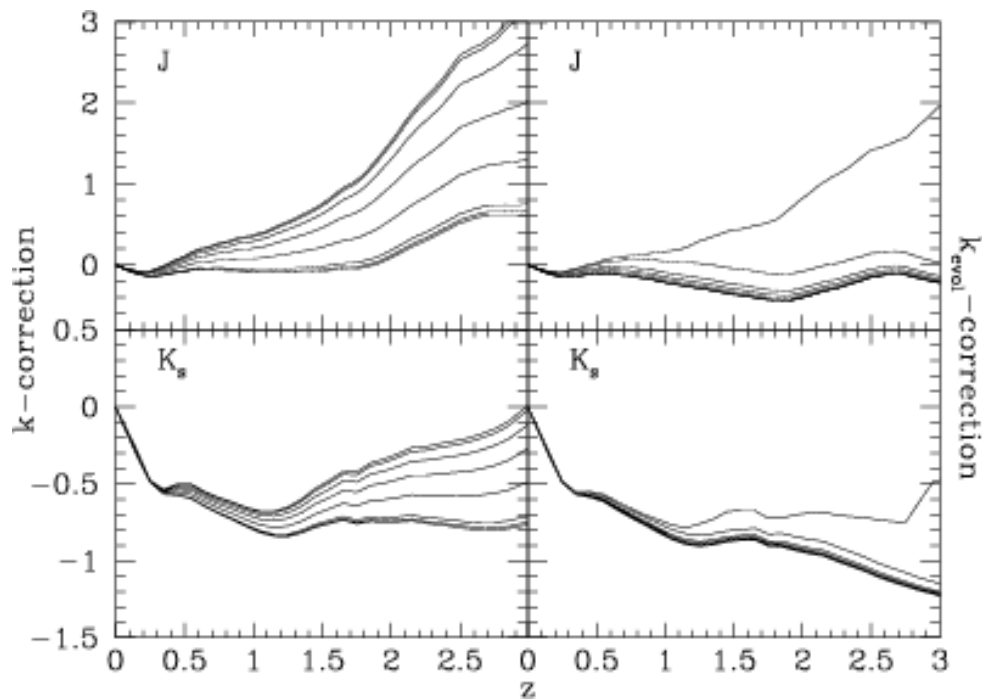
- Kaukaisen galaksin näennäinen magnitudi voidaan laskea absoluuttisesta magnitudista ja etäisyydestä käyttäen kaavaa:

$$m_{\text{BP}} = M_{\text{BP}} + 5 \log_{10} \left(\frac{d_L}{10 \text{ pc}} \right) + k_{\text{BP}}(z) + e_{\text{BP}}(z)$$

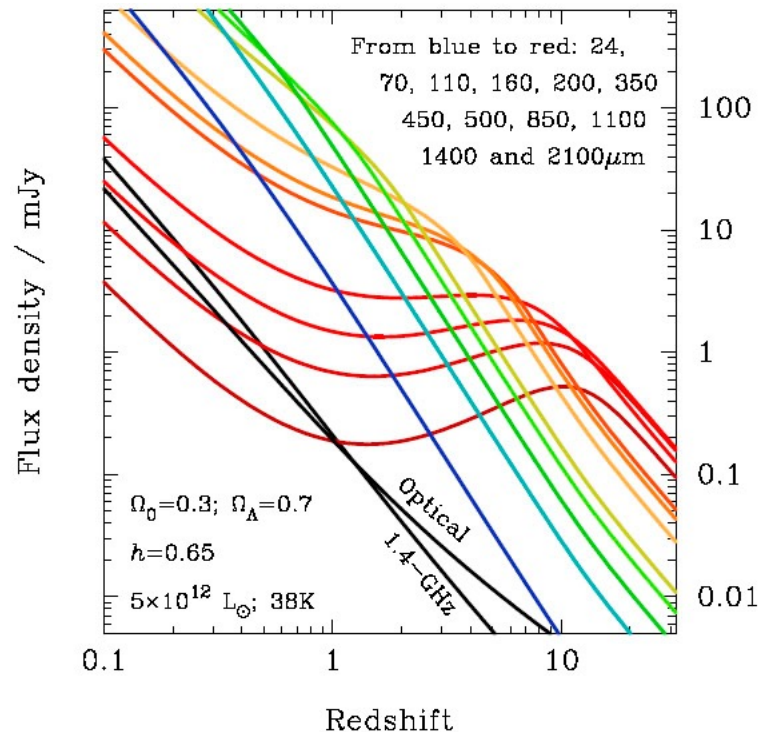
- Lisätermi $k_{\text{BP}}(z)$ kuvaa punasiirtymästä johtuvaa korjaustekijää, koska galaksin valo punasiirtyy sinisemmästä kaistasta punaisempaan kaistaan.
- Lisätermi $e_{\text{BP}}(z)$ on evoluutioterminen, joka ottaa huomioon, sen seikan että galaksin luminositeetti voi muuttua valonlähdehetken ja havaintohetken välillä .



Esimerkkejä K-korjauksista



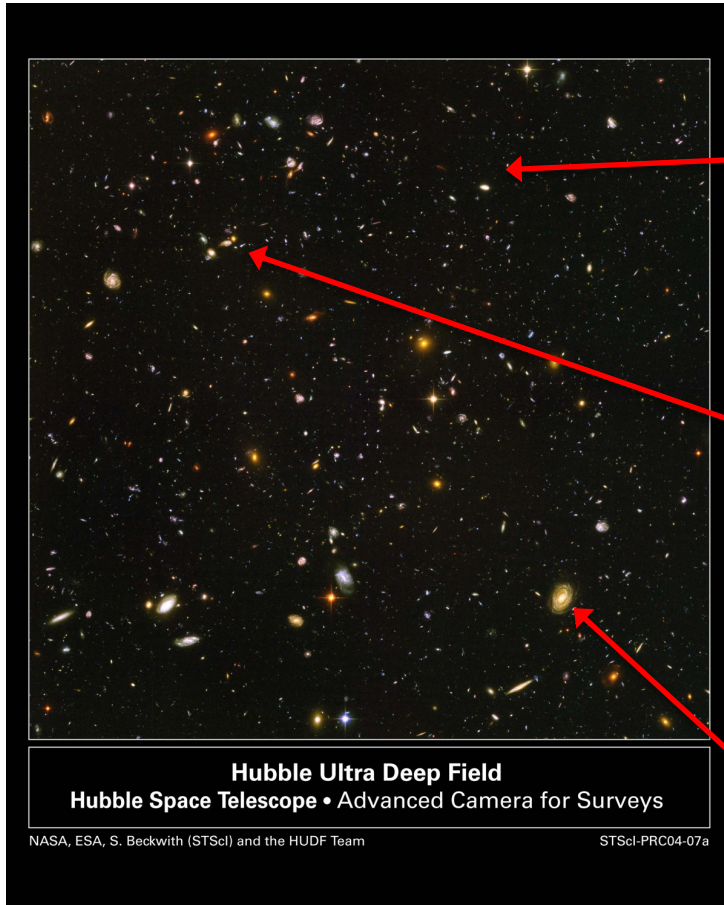
K-korjauksia lähi-infrapuna alueella.



Submillimetri-alueella on osittain Negatiivinen K-korjaus. ALMA avaa täten tärkeän havaintoikkunan.



Vastaavatko havainnot teoriaa?



Kaukaisimmat galaksit kuvassa ovat pieniä ja punasiirtymällä $z \sim 6$ noin miljardi vuotta alkuräjähdyksen jälkeen.

Monet galaksit ovat epäsäännöllisiä, painovoima-vuorovaikutukset yleisempiä varhaisessa maailman-kaikkeudessa. Rakenne kasvaa pienemmästä suurempaan.

Suurimmat näkyvissä olevat galaksit ovat verrattain lähellä ($z \sim 0.1$) olevia säännöllisiä spiraali- ja ellipsigalakseja.



Mitä opimme?

1. Maailmankaikkeuden pienet tiheyshäiriöt, joista galaksit kehittyivät syntyivät varhaisessa maailmankaikkeudessa.
2. Pienille tiheyshäiriöille voidaan johtaa toisen kertaluvun differentiaaliyhtälö.
3. Staattinen ratkaisu kasvaa eksponentiaalisesti (Jeansin yhtälö), mutta laajenevassa ratkaisussa tiheyshäiriöt kasvavat vain kuten $\Delta\alpha t^{2/3}$.
4. Galaksien synty nykymallissa on vain mahdollista, mikäli kylmää pimeää ainetta on olemassa.
5. Maailmankaikkeuden ensimmäiset tähdet olivat todennäköisesti hyvin massiivisia ja elivät vain lyhyen ajan.